COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 JANVIER 1948.

PRÉSIDENCE DE M. Louis BLARINGHEM, PUIS DE M. Henri VILLAT.

M. **Louis Blaringhem**, Président, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1947.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1948.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les fascicules de l'année 1947 ont paru chaque semaine régulièrement.

Les Tables des tomes 217 (2e semestre de l'année 1943), 218 (1er semestre de l'année 1944) et 219 (2e semestre de l'année 1944) sont parues et le tome 217 a été mis en distribution. Les Tables des tomes 220 à 225 sont en préparation.

Le volume des Tables générales pour la période 1926-1940, *Auteurs*, a paru et a été mis en distribution; celui de la période 1895-1910, *Matières*, est en préparation.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 67 est en préparation.

Notices et discours. — Le tome 2 est en préparation.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de Tables générales est en voie d'achèvement.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1948 a paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Index biographique des Membres et Correspondants de l'Académie des Sciences. — Une nouvelle édition est en préparation.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1947.

Section de Chimie. — M. **Robert Lespieau**, le 21 avril, au Cannet, Alpes-Maritimes.

Section de Minéralogie. — M. **Léon Bertrand**, le 24 février, à Paris.

Section de Botanique. — M. **Pierre-Augustin Dangeard**, le 10 novembre, à Segrie-Vernie, Sarthe.

Membres élus depuis le 1er janvier 1947.

Section de Physique générale. — M. **Gustave Ribaud**, le 30 juin, en remplacement de M. **Paul Langevin**, décédé.

Section des Académiciens libres. — M. **Jacques Tréfouël**, le 17 février, en remplacement de M. **Louis Martin**, décédé.

Associés étrangers. — M. **Wander Johannes de Haas**, le 3 mars, en remplacement de Sir **William Bragg**, décédé;

Sir **Edward John Russell**, le 3 mars, en remplacement de M. **Pieter Zeeman**, décédé;

M. **Godfrey Harold Hardy**, le 9 juin, en remplacement de M. **Thomas Hunt Morgan**, décédé.

M. **Albert Francis Blakeslee**, le 9 juin, en remplacement de M. **Simon Flexner**, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Chimie. — M. **Robert Lespieau**, mort au Cannet, Alpes-Maritimes, le 21 avril 1947.

Section de Minéralogie. — M. **Léon Bertrand**, mort à Paris, le 24 février 1947.

Section de Botanique. — M. **Pierre-Augustin Dangeard**, mort à Segrie-Vernie, Sarthe, le 10 novembre 1947.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1947.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Pierre de Vanssay de Blavous**, le 19 août, à Autun, Saône-et-Loire.

Pour la Section de Botanique. — M. **Émile De Wildeman**, le 24 juillet, à Bruxelles.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Henri Vallée**, le 12 mars, à Dijon.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Edouard Chatton**, le 23 avril, à Banyuls-sur-mer, Pyrénées-Orientales.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — Sir **Almroth Wright**, le 30 avril, à Farnham Common, Angleterre.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1947.

Pour la Section de Géométrie. — M. **Hermann Weyl**, le 7 juillet, à Princeton. New Jersey, en remplacement de M. **George Birkhoff**, décédé;

M. **George Polya**, le 7 juillet, à Palo Alto, Californie, en remplacement de M. **Charles de La Vallée-Poussin**, élu Associé étranger.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Eugène Delporte**, le 17 mars, à Uccle-Bruxelles, en remplacement de M. **Alfred Fowler**, décédé;

M. **Carl Størmer**, le 17 mars, à Oslo, en remplacement de M. **Edmond Rothé**, décédé;

M. **Frederick Stratton**, le 31 mars, à Cambridge, Angleterre, en remplacement de M. **Frank Schlesinger**, décédé;

M. **Alexandre Dauvillier**, le 31 mars, à Bagnères-de-Bigorre, Hautes-Pyrénées, en remplacement de M. **Walter Sidney Adams**, élu Associé étranger.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Thomas Henry Havelock**, le 13 janvier, à Newcastle-on-Tyne, Angleterre, en remplacement de M. **Jules Richard**, décédé;

M. **Walter Davis Lambert**, le 13 janvier, à Lime Rock, Connecticut, en remplacement de M. **Pierre Lejay**, élu Membre non résidant.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Émile Henriot**, le 24 mars, à Bruxelles, en remplacement de M. **Henri Buisson**, décédé;

M. **Patrick Blackett**, le 31 mars, à Manchester, en remplacement de M. **Niels Bohr**, élu associé étranger;

M. **Hendrik Anthony Kramers**, le 16 juin, à Leyde, en remplacement de M. **Blas Cabrera**, décédé;

M. **René de Mallemann**, le 16 juin, à Nancy, en remplacement de M. **Jean Cabannes**, élu membre de la Section.

Pour la Section de Chimie. — Sir **Robert Robinson**, le 28 avril, à Oxford, en remplacement de M. **Frédéric Swarts**, décédé;

M. **Paul Karrer**, le 28 avril, à Zurich, en remplacement de Sir **Robert Hadfield**, décédé;

M. **Émile Briner**, le 16 juin, à Genève, en remplacement de M. **Maurice Nicloux**, décédé;

M. **Hans von Euler-Chelpin**, le 16 juin, à Stockholm, en remplacement de M. **Paul Pascal**, élu membre de la Section.

M. **Cecil Henry Desch**, le 23 juin, à Londres, en remplacement de M. **Albert Recoura**, décédé;

M. **Raymond Cornubert**, le 10 décembre, à Nancy.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Pierre Teilhard de Chardin**, le 3 juin, à Peiping, en remplacement de M. **Vladimir Vernadsky**, décédé ;

M. **Gaston Delépine**, le 23 juin, à Lille, en remplacement de M. **Maurice Lugeon**, élu Associé étranger.

M. **Pierre Pruvost**, le 23 juin, à Lille, en remplacement de M. **Maurice Gignoux**, élu Membre non résidant.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Denis Brocq-Rousseu**, le 21 juillet, à Avon, Seine-et-Marne, en remplacement de Sir **Edward John Russell**, élu Associé étranger.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **David Keilin**, le 10 février, à Cambridge, Angleterre, en remplacement de M. **Eugène Bataillon**, élu Membre non résidant.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de Géométrie. — M. **Godfrey Harold Hardy**, élu Associé étranger, le 9 juin 1947.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Pierre de Vanssay de Blavous**, mort à Autun, Saône-et-Loire, le 19 août 1947.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Wander Johannes de Haas**, élu Associé étranger le 3 mars 1947.

Pour la Section de Botanique. — M. **Albert Francis Blakeslee**, élu Associé étranger le 9 juin 1947 ;

M. **Émile De Wildeman**, mort à Bruxelles, le 24 juillet 1947.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Henri Vallée**, mort à Dijon, le 12 mars 1947.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Édouard Chatton**, mort à Banyuls-sur-mer, Pyrénées-Orientales, le 23 avril 1947.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — Sir **Charles Sherrington**, élu Associé étranger le 9 avril 1945 ;

Sir **Almroth Wright**, mort à Farnham Common, Angleterre, le 30 avril 1947.

Pour les Sections qui pourront être désignées par l'Académie :

A. — Le Correspondant suivant pour la Section de Chimie : M. **Amé Pictet**, mort à Genève, le 11 mars 1937.

B. — Le Correspondant suivant pour la Section de Physique générale : M. **Camille Gutton**, élu Académicien libre le 31 janvier 1938.

C. — Le Correspondant suivant pour la Section de Mécanique : M. **John Alexander Low Waddell**, mort à New York, le 3 mars 1938.

D. — Le Correspondant suivant pour la Section de Botanique : M. **Lucien Daniel**, mort à Rennes, le 26 décembre 1940.

E. — Le Correspondant suivant pour la Section de Géométrie : M. **David Hilbert**, mort à Göttingen, le 14 février 1943.

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. **Henri Villat** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Je ne sais si vous avez relu récemment votre Théocrite. Dans le *Cyclope*, qui est sans doute l'un des chefs-d'œuvre de cet auteur, on trouve ce vers, magnifique et réconfortant :

Δῆλον ὅτ᾽ ἐν τᾷ γᾷ κἠγώ τις φαίνομαι ἦμεν,

ce qui veut dire, comme vous le savez déjà : N'est-il pas évident que sur cette terre, me voici, moi aussi, devenu quelqu'un !

Comme ce doit être agréable de pouvoir se faire à soi-même la juste application de cette consolante pensée ! Ce n'est, hélas, point du tout mon cas ; je n'ai en effet aucunement l'outrecuidance de croire que j'aie été porté par mes faibles mérites, en la place où me voici de par votre volonté ; je ne le sais que trop, je dois cette élévation temporaire à votre seule bienveillante indulgence.

Soyez-en ici remerciés : à défaut du grand homme que j'aimerais être, je m'efforcerai d'être un fidèle gardien de vos grandes traditions, et un bon ouvrier pour les travaux que vous m'aurez confiés.

J'y serai, je le sais, puissamment aidé par la sagacité et l'affable compétence de nos Secrétaires Perpétuels, dont le secours me sera, à chaque instant, une sauvegarde. Ai-je besoin de dire également, que l'exemple de mon brillant prédécesseur Louis Blaringhem, mon camarade de jeunesse et mon ami de toujours, me demeurera précieux. Et c'est avec un grand sentiment de sécurité que je trouverai à ma droite mon cher ami Charles Jacob, — qui par une coïncidence bien sympathique, est lui aussi un de mes camarades de promotion, — et qui saura me seconder ici en toutes circonstances utiles ; nous savons tous deux combien de fois le destin, favorable ou cruel, nous a déjà rapprochés dans le passé.

Dans les derniers mois de l'année écoulée, la disposition matérielle de notre salle de Séances s'est trouvée modifiée par une installation radio-électrique qui facilite l'audition des orateurs sans nuire aucunement à ces conversations particulières qui sont le charme, — et l'un des objets essentiels, — de nos réunions. Certes cette installation n'est pas encore parfaite, nous nous efforcerons de l'améliorer ; mais il n'y a aujourd'hui aucun doute sur son opportunité.

Messieurs, l'année qui s'ouvre en ce moment nous trouve singulièrement troublés ; cependant votre Compagnie a déjà entrepris des travaux, et suggéré des mesures, propres à faciliter le laborieux enfantement des temps nouveaux. Vos Commissions s'occupent de ce qui concerne les périls mortels dus aux récentes découvertes atomiques et aux moyens de destructions chimiques ou bactériologiques. Et nous avons pu entendre récemment dans nos Comités secrets les exposés de tels de nos confrères, ouvrant des horizons sur la

solution de nos difficultés économiques. L'espoir en l'avenir est donc permis, aussi bien de par les raisons de la logique que pour ces raisons de l'âme par où s'exprime l'accord profond de l'homme avec des vérités qui le dépassent :

« Si le ciel et la mer sont noirs comme de l'encre,
Nos cœurs, que tu connais, sont remplis de rayons. »

Au reste, l'inquiétude qui nous entoure est un sentiment qui ne date pas d'aujourd'hui, et cela sans doute est à soi seul déjà consolant. Il y a bien des années, Ernest Renan écrivait : « Au commencement était le chaos, à la fin sera la démence ». Écoutons encore notre Anatole France : « Puisque la richesse et la civilisation comportent autant de causes de maux que la pauvreté et la barbarie, puisque la folie et la méchanceté des hommes sont inguérissables, il reste une bonne action à accomplir : le sage amassera assez d'explosif pour faire sauter cette planète. Quand elle roulera par morceaux à travers l'espace, une amélioration imperceptible sera accomplie dans l'univers, et une satisfaction sera donnée à la conscience universelle —, qui d'ailleurs, ajoutait l'impénitent ironiste, — qui d'ailleurs n'existe pas ».

Faut-il aujourd'hui entériner ces paroles amères ? Puisque l'homme ne saurait se justifier qu'en se dépassant constamment, devons-nous douter qu'il demeure encore à la hauteur de son destin ? La consistance presque uniquement matérielle de ses progrès marque-t-elle ou non, dans son âme, un recul profond ? C'est le tragique des temps actuels, que la science ait fait de nous presque des dieux, alors que nous ne sommes pas tout à fait sûrs d'avoir rempli tous les devoirs de l'homme. Plus l'amas et la précision de nos connaissances nous incitent à un juste sentiment d'orgueil pour la puissance du génie humain, plus en même temps nous sommes effrayés de voir que chaque progrès menace de se prêter aux pires desseins : comme l'écrivait tout récemment M. Jean Rostand dans ses *Nouvelles Pensées d'un Biologiste*, « tous les espoirs sont permis à l'homme, même celui de disparaître ».

Peut-être vaut-il la peine d'y réfléchir quelques instants. Je relisais récemment, avec quelque mélancolie, le texte d'une belle conférence prononcée en 1928 par Paul Painlevé, l'un des maîtres qui ont le plus profondément illuminé et marqué notre jeunesse; Painlevé avait pris ce thème : « la Science peut-elle aider au rapprochement et à la collaboration des peuples ? » Les réalités semblent aujourd'hui dépasser les conclusions du philosophe et du savant. Car à quoi bon avoir multiplié les relations entre les hommes, en supprimant pour ainsi dire le temps et la distance, si beaucoup d'entre eux demeurent aussi hostiles, aussi fermés les uns aux autres que les tribus sauvages de l'Afrique centrale ? La Science devait cependant être uniquement une grande dispensatrice de bienfaits. Il serait impie d'en douter, alors qu'elle confère à l'homme une puissance si exceptionnelle, qui aujourd'hui dépasse de loin les rêves millénaires. Mais pourquoi tant de ressources, tant de génie ne sont-ils pas consacrés à la seule lutte contre la misère, contre la souffrance et la mort ?

Il ne faudrait sans doute que le vouloir. Et c'est là aujourd'hui le nœud du drame. Nous avons, dans ces dernières dizaines d'années, bouleversé et créé tant de choses aux dépens du passé, — en le transformant, en réorganisant les idées, les méthodes, les institutions qu'il nous avait léguées, — que le présent nous apparaît un état sans précédent et sans exemple. Et nous sommes maintenant engagés sur une route à la fois magnifique et hasardeuse; mais rien ne nous permet d'affirmer que ces hasards nous seront funestes. Sait-on si la Science ne percera pas, à la fin, les secrets mêmes de l'esprit du mal? C'est ce que disait avec autorité, dans une interview récente, mon cher Confrère et ami Louis de Broglie : « Faire confiance à la sagesse ? Pourquoi pas ? L'homme n'est peut-être pas aussi fou qu'il en a l'air ».

C'est là je crois qu'est le mot juste. C'est bien ce que pensent tous ceux dont la foi et l'ardeur se penchent sur les problèmes, précis et graves, que pose la vie d'aujourd'hui. C'est assurément la conviction de tous ceux qui m'entourent en ce moment. Si, comme l'a écrit André Gide, « le monde est toujours sauvé par quelques-uns », il le sera surtout assurément par

« Ceux qui plus que la gloire ont cherché la lumière »,

et qui ont fait de la recherche désintéressée le seul but valable de l'existence. Qu'importent pour eux les erreurs ou même les drames d'un jour, puisqu'aux yeux de l'esprit

« La vérité vivante est au bout du chemin. »

Et n'oublions pas que c'est aussi par le labeur qui s'accumule que l'essentiel est, chaque jour, sauvé.

C'est en vertu de ce principe même que je vous invite, mes chers Confrères, à reprendre dès maintenant nos habituels travaux.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à Lord **Cherwell**, Membre de la *Royal Society*, Professeur à l'Université d'Oxford, et à M. **Hans Lewy**, Professeur à l'Université de Californie, qui assistent à la séance.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur une généralisation des équations canoniques.* Note de M. **Jean Chazy**.

1. Soit le système différentiel

$$(1)\qquad \frac{dx_i}{dt}=Y_i,\qquad \frac{dy_i}{dt}=-X_i\qquad (i=1, 2, \ldots, n),$$

où X_i et Y_i désignent des fonctions quelconques des $2n+1$ variables x_i, y_i, t, et qui est ainsi un système différentiel quelconque d'ordre $2n$.

Supposons que $2n$ nouvelles variables x'_i, y'_i, deux à deux conjuguées aussi, soient fonctions des variables x_i, y_i, t, et satisfassent à la condition ([1])

$$\Sigma y\,dx - \Sigma y'\,dx' = d\varphi + \psi\,dt, \tag{2}$$

où chacune des deux sommes se rapporte à n couples de variables conjuguées, et où φ et ψ désignent deux fonctions des variables x, y, t : c'est-à-dire que *le premier membre est une différentielle exacte quand on laisse t invariable.*

Il résulte de cette condition que, si l'on considère la solution générale des équations (1), qui dépend de t et de $2n$ constantes arbitraires, soit

$$x(t, C_1, C_2, \ldots, C_{2n}), \quad y(t, C_1, C_2, \ldots, C_{2n}),$$

les crochets de Lagrange de la variable t et de l'une quelconque C de ces constantes, calculés en fonction des variables x, y, puis en fonction des variables x', y', ont une relation simple. En effet substituons la solution considérée et les valeurs correspondantes des variables x', y' dans la condition (2); nous obtenons des expressions des dérivées $\partial\varphi/\partial t$ et $\partial\varphi/\partial C$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \Sigma y\frac{\partial x}{\partial t} - \Sigma y'\frac{\partial x'}{\partial t} - \psi, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial C} = \Sigma y\frac{\partial x}{\partial C} - y'\frac{\partial x'}{\partial C}.$$

D'où, dans des hypothèses générales de continuité, puis après réductions,

$$\frac{\partial}{\partial C}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\varphi}{\partial C} \quad \text{et} \quad \Sigma\left(\frac{\partial y}{\partial C}\frac{\partial x}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial C}\right) - \frac{\partial\psi}{\partial C} = \Sigma\left(\frac{\partial y'}{\partial C}\frac{\partial x'}{\partial t} - \frac{\partial y'}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial C}\right):$$

la différence des deux crochets de Lagrange est égale à la dérivée $\partial\psi/\partial C$.

Or, à partir des équations (1) et de la fonction ψ, formons l'expression

$$H = \Sigma(X\delta x + Y\delta y) - \delta\psi,$$

et substituons-y la solution générale $x(t, C), y(t, C)$, en faisant varier les constantes C, non la variable t, ce que nous marquons par le δ des variations virtuelles : le coefficient de la différentielle δC est, compte tenu des équations (1),

$$\Sigma\left(X\frac{\partial x}{\partial C} + Y\frac{\partial y}{\partial C}\right) - \frac{\partial\psi}{\partial C} = \Sigma\left(-\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial C} + \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial y}{\partial C}\right) - \frac{\partial\psi}{\partial C}. \tag{3}$$

D'autre part, l'expression H devient par substitution des x, y en fonction des x', y'

$$H = \Sigma(X\,\delta x + Y\,\delta y) - \delta\psi = \Sigma(X'\,\delta x' + Y'\,\delta y'), \tag{4}$$

([1]) SOPHUS LIE, *Arkiv för Mathematik*, 2, 1877, p. 138-152; POINCARÉ, *Leçons de Mécanique céleste*, 1, 1905, p. 15; LEVI-CIVITA E AMALDI, *Lezioni di Meccanica razionale*, II, 2, 1927, p. 311.

et cette égalité définit les nouvelles fonctions X′, Y′. A partir de l'expression ainsi transformée formons le coefficient de la différentielle δC, et, selon l'expression (3) et la propriété antérieure, égalons ce coefficient au crochet de Lagrange calculé en fonction des variables x', y' : nous obtenons

$$\Sigma\left(X'\frac{\partial x'}{\partial C}+Y'\frac{\partial y'}{\partial C}\right)=\Sigma\left(-\frac{\partial y'}{\partial t}\frac{\partial x'}{\partial C}+\frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial y'}{\partial C}\right)$$

ou

$$\Sigma\left(X'+\frac{\partial y'}{\partial t}\right)\frac{\partial x'}{\partial C}+\Sigma\left(Y'-\frac{\partial x'}{\partial t}\right)\frac{\partial y'}{\partial C}=0.$$

Les $2n$ constantes C donnent ainsi, par rapport aux $2n$ quantités $X'+\partial y'/\partial t$ et $Y'-\partial x'/\partial t$, $2n$ équations algébriques linéaires et homogènes, où le déterminant des coefficients est le déterminant fonctionnel

$$\frac{D(x'_1, x'_2, \ldots, x'_n, y'_1, y'_2, \ldots, y'_n)}{D(C_1, C_2, \ldots, C_{2n})},$$

différent de zéro puisqu'on est parti de la solution générale. Donc les fonctions $x'(t)$, $y'(t)$ transformées de la solution $x(t)$, $y(t)$ satisfont au système différentiel

$$(5)\qquad \frac{dx'_i}{dt}=Y'_i,\qquad \frac{dy'_i}{dt}=-X'_i\qquad (i=1, 2, \ldots, n).$$

Ainsi, *si les variables* x'_i, y'_i *sont conjuguées deux à deux, et si l'expression* $\Sigma(y\,dx-y'\,dx')$ *satisfait à la condition* (2), *on obtient les équations transformées* (5) *simplement en calculant les fonctions* X'_i *et* Y'_i *au moyen des fonctions* X_i, Y_i, ψ, *celle-ci tirée de la condition* (2), *et de l'égalité* (4).

Si en particulier le changement de variables ne dépend pas de la variable indépendante t, et si l'expression $\Sigma(y\,dx-y'\,dx')$ *est une différentielle exacte, condition bien connue depuis les travaux de Poincaré, on obtient les équations transformées* (5) *en calculant simplement les fonctions* X′, Y′ *au moyen des fonctions* X, Y *et de l'égalité* (4) *où* ψ *est nul.*

D'autre part, si en particulier les fonctions X et Y sont les dérivées partielles $\partial F/\partial x$ et $\partial F/\partial y$ d'une fonction F, le premier membre de l'égalité (4) est égal à la différentielle $\delta(F-\psi)$, et au second membre les fonctions X′ et Y′ sont égales aux dérivées $\partial(F-\psi)/\partial x'$, $\partial(F-\psi)/\partial y'$; c'est la proposition connue.

2. Appliquons la méthode en Mécanique rationnelle à la transformation des équations du mouvement d'un système de points matériels : désignons les coordonnées cartésiennes et la masse du premier point par x_1, x_2, x_3 et $m_1=m_2=m_3$, celles du deuxième par x_4, x_5, x_6 et $m_4=m_5=m_6$, et ainsi de suite. Les équations du mouvement sont d'abord, si les points sont libres,

$$m_i\frac{d^2x_i}{dt^2}=X_i\qquad (i=1, 2, \ldots, n),$$

où les X_i sont des fonctions quelconques des dérivées dx_i/dt, des coordonnées x_i et du temps t. Si l'on prend comme conjuguée de la variable x_i la variable $y_i = m_i(dx_i/dt)$, ces n équations s'écrivent

$$(5) \qquad \frac{dx_i}{dt} = \frac{y_i}{m_i}, \qquad \frac{dy_i}{dt} = -(-X_i) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Changeons de variables, définissons la position du système matériel à l'instant t par n paramètres indépendants quelconques $q_1, q_2, \ldots, q_n$, exprimons la force vive en fonction des dérivées q', des paramètres q et du temps t :

$$(1) \qquad 2T = \Sigma m x'^2 = \Sigma m \left(\frac{\partial x}{\partial q_1} q'_1 + \frac{\partial x}{\partial q_2} q'_2 + \ldots + \frac{\partial x}{\partial q_n} q'_n + \frac{\partial x}{\partial t} \right)^2;$$

et prenons comme conjuguée de q_i la variable $p_i = \partial T / \partial q'_i$. Ordonné par rapport aux différentielles dq, le premier membre de la condition (2) devient

$$\Sigma y\, dx - \Sigma p_i\, dq_i = \Sigma \left(\Sigma y \frac{\partial x}{\partial q_i} - p_i \right) dq_i + \Sigma y \frac{\partial x}{\partial t} dt.$$

Or, résultat classique, l'expression $\Sigma y(\partial x/\partial q_i) = \Sigma m x'(\partial x/\partial q_i)$ est égale à la dérivée $\partial T/\partial q'_i$. Donc la condition (2) est satisfaite dans le changement de variables considéré, la fonction φ y est nulle, et la fonction ψ est égale à $\Sigma y(\partial x/\partial t) = \Sigma m x'(\partial x/\partial t)$.

Cette dernière expression apparaît quand on décompose la force vive sous la forme (6) en trois termes de degrés 2, 1 et 0 par rapport aux dérivées q'

$$2T = 2T_2 + 2T_1 + 2T_0.$$

On a, en effet,

$$T_1 = \Sigma m \left(\frac{\partial x}{\partial q_1} q'_1 + \ldots + \frac{\partial x}{\partial q_n} q'_n \right) \frac{\partial x}{\partial t}, \qquad 2T_0 = \Sigma m \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)^2$$

et

$$T_1 + 2T_0 = \Sigma m \left(\frac{\partial x}{\partial q_1} q'_1 + \ldots + \frac{\partial x}{\partial q_n} q'_n + \frac{\partial x}{\partial t} \right) \frac{\partial x}{\partial t} = \Sigma m x' \frac{\partial x}{\partial t} = \psi.$$

Donc, d'après les équations (5) et l'expression obtenue de la fonction ψ, l'expression H est ici

$$H = -\Sigma X\, \delta x + \Sigma \frac{y\, \delta y}{m} - \delta(T_1 + 2T_0).$$

Puisqu'on a

$$\Sigma \frac{y\, \delta y}{m} = \delta \Sigma \frac{y^2}{2m} = \delta T, \qquad T - T_1 - 2T_0 = T_2 - T_0, \qquad \text{et} \qquad \Sigma X\, \delta x = \Sigma Q\, \delta q,$$

selon la notation classique, la relation (4) devient

$$H = -\Sigma Q\, \delta q + \delta(T_2 - T_0) = -\Sigma Q\, \delta q + \Sigma \frac{\partial(T_2 - T_0)}{\partial q} \delta q + \Sigma \frac{\partial T_2}{\partial p} \delta p :$$

le terme T_0 ne dépend pas des variables p, et d'ailleurs le terme T_2 est par

rapport à ces variables un polynome de degré 2, mais non homogène. Et les équations transformées des équations (5) sont

$$(7) \qquad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial T_2}{\partial p_i}, \qquad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial(T_2 - T_0)}{\partial q_i} + Q_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Les équations (7) sont plus générales que les équations canoniques d'Hamilton, car non seulement les termes Q ne dérivent pas d'une fonction des paramètres q et du temps, mais ils peuvent dépendre encore des dérivées q' et des variables p. Et ces équations s'étendent aux systèmes matériels comportant des liaisons sans frottement, par le raisonnement (²) de Poincaré.

Bien entendu les équations (7) peuvent être obtenues aussi à partir du principe de d'Alembert et des équations de Lagrange, par extension de la transformation classique.

ASTRONOMIE. — *Sur l'avance du périgée dans l'orbite des satellites artificiels de la Terre.* Note (¹) de M. **Ernest Esclangon**.

La réalisation effective des satellites permanents de la Terre, au moyen de projectiles lancés à partir de la surface du sol et auto-propulsés, même avec l'hypothèse de toutes les puissances balistiques nécessaires, présente des difficultés pratiques tenant à la précision requise dans les trajectoires préalables de lancement (²).

Supposant ces difficultés vaincues, quel intérêt astronomique présenterait l'existence de satellites artificiels très rapprochés de la Terre? L'observation en serait évidemment difficile, car de dimensions relativement réduites, leur distance à la surface du globe devrait rester supérieure à des centaines de kilomètres, c'est-à-dire au delà de l'atmosphère sensible. Leur visibilité serait extrêmement faible, même avec les plus fortes lunettes et ne pourrait être recherchée que la nuit alors que, grâce à leur haute altitude, ils pourraient être encore vivement éclairés par le Soleil. L'emploi du radar offre toutefois des perspectives nouvelles à ce point de vue. La grande vitesse de telles satellites, de l'ordre de 8 km/s, ne constituerait pas un obstacle absolu car, pour les observateurs les plus rapprochés, la vitesse angulaire apparente serait d'un ordre inférieur à un degré par seconde.

De telles observations comporteraient un certain intérêt au point de vue de la Mécanique céleste, en ce sens que, la Terre n'étant pas exactement sphérique, le mouvement képlérien en serait troublé et que des données pourraient en être tirées relativement à la constitution de notre globe. D'autre part, le moyen

(²) *Leçons de Mécanique céleste*, **1**, 1905, p. 9.

(¹) Séance du 10 décembre 1947.

(²) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 161 et 513.

mouvement de tels corps célestes, par rapport au centre de la Terre, étant exceptionnellement élevé, des comparaisons, au point de vue de la loi d'attraction, avec le mouvement de la Lune pourraient être instructives.

Un autre point de vue, plus important peut-être, serait celui de *l'avance du périgée* des orbites, conformément aux lois de la Relativité qui pourrait y trouver ainsi une vérification nouvelle. Il s'agit d'évaluer numériquement un tel effet.

Si T est la durée de la révolution sidérale d'un corps céleste autour d'un centre attractif, a et e le demi-grand axe et l'excentricité de son orbite, c la vitesse de la lumière, l'avance moyenne n du périgée, en *secondes d'arc, pendant l'unité de temps*, est donnée par la formule

$$n = 1296000'' \frac{12\pi^2 a^2}{c^2 T^3 (1 - e^2)}, \tag{1}$$

ou, si l'on exprime T au moyen de la troisième loi de Képler $4\pi^2 a^3/T^2 = \mu$, μ désignant le coefficient d'attraction du centre attirant,

$$n = \frac{1296000}{2\pi} \frac{3\mu^{\frac{3}{2}}}{c^2(1 - e^2) a^{\frac{5}{2}}}. \tag{2}$$

Prenons comme unité de longueur le kilomètre, comme unité de temps la seconde de temps moyen. Avec ces unités, on a, pour la Terre considérée comme centre attractif, $\mu = 391\,823$. En multipliant la valeur précédente (2) par 31556926 (nombre de secondes dans une année), on aura l'*avance annuelle* N (en secondes d'arc) du périgée d'un satellite terrestre et qu'on pourra mettre sous la forme

$$N = \left(\frac{19517}{a}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{1}{(1 - e^2)} \quad [3], \tag{3}$$

ou encore, si l'on met en évidence la distance périgée p, importante à considérer ici $[p = a(1 - e)]$, et R le rayon équatorial de la Terre ($R = 6378^{km}$),

$$N = \left(\frac{19517}{p}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{(1 - e)^{\frac{3}{2}}}{(1 + e)} = 16'',38 \left(\frac{R}{p}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{(1 - e)^{\frac{3}{2}}}{(1 + e)}. \tag{4}$$

On voit par là que l'avance annuelle du périgée peut devenir très importante si la distance périgée p est moindre que 19517^{km} (environ trois fois le rayon terrestre) et si l'excentricité n'est pas trop forte. Le facteur de réduction

---

[3] Pour une planète circulant autour du Soleil, on pourrait écrire une formule analogue pour l'avance annuelle, à savoir

$$N = \left(\frac{40534000}{a}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{1}{(1 - e^2)}.$$

$(1-e)^{3/2}/(1+e)$, tenant à l'excentricité, diminue assez rapidement à mesure que celle-ci augmente; égal à *un* pour $e=0$, il prend, respectivement, pour $e=0,2$, $e=0,4$, $e=0,6$, les valeurs 0,60, 0,33, 0,16. Il y aurait donc lieu d'obtenir des orbites peu excentriques, dans la mesure où la position du périgée reste déterminable avec une précision suffisante.

La durée de révolution T exprimée en *heures* et la vitesse v au périgée peuvent s'écrire d'une manière générale (les unités de temps et de longueur étant la seconde et le kilomètre)

$$(5)\qquad T=\frac{2\pi}{3600\sqrt{\mu}}\left(\frac{p}{1-e}\right)^{\frac{3}{2}},\qquad v=\sqrt{\frac{\mu}{p}}\sqrt{1+e},$$

et, pour un satellite de la Terre,

$$(6)\qquad T=1^{\text{h}},420\left(\frac{p}{R}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{(1-e)^{\frac{3}{2}}},\qquad v=7^{\text{km/s}},838\sqrt{\frac{R}{p}}\sqrt{1+e}.$$

A titre d'exemple, considérons un satellite dont le périgée se trouve à 6878^{km} du centre de la Terre (c'est-à-dire à 500^{km} de la surface du sol), avec une excentricité égale à 0,2 (c'est celle de l'orbite de Mercure autour du Soleil).

On obtient alors pour l'avance annuelle du périgée, $N=8'',09$; pour la durée de révolution sidérale $T=2^{\text{h}}13^{\text{m}}22^{\text{s}}$ et pour la vitesse au périgée, $v=8^{\text{km}},268$.

En résumé, pour des satellites terrestres, évoluant au voisinage de la limite de l'atmosphère, dans des orbites présentant une excentricité faible, mais suffisante pour permettre la détermination du périgée, l'*avance annuelle* de ce point serait de l'ordre d'une dizaine de secondes d'arc, quantité qui, en s'accumulant, deviendrait rapidement décelable, malgré les difficultés d'observation, permettant ainsi la vérification d'une des preuves les plus importantes de la Relativité.

A la vérité, ces considérations sont encore du domaine de la pure spéculation, pas très éloignées cependant des possibilités actuelles qui, rapidement croissantes, autorisent de légitimes espoirs.

ASTROPHYSIQUE. — *Un polarimètre photoélectrique.* Note de M. **Bernard Lyot**.

L'analyse des lumières faiblement polarisées que nous recevons de certains corps célestes a fourni des données importantes concernant les atmosphères planétaires, les sols de la Lune, des planètes ([1]) et des astéroïdes ([2]), la

---

([1]) *Annales de l'Observatoire de Meudon*, **8**, 1, juin 1929; *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 425; **191**, 1930, p. 703.

([2]) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 774.

couronne solaire ([3]) et les protubérances ([4]), les queues des comètes et certaines nébuleuses.

Ces recherches ont été faites, pour les objets les plus brillants, avec un polarimètre visuel permettant de déceler une proportion de lumière polarisée de 1 millième ([5]) et, pour les objets plus faibles, avec des polarimètres photographiques. Ceux-ci sont, en général, moins sensibles et ils nécessitent souvent des séries de poses assez longues ([2]). De nouvelles applications des polarimètres à l'astrophysique deviendraient possibles si l'on pouvait accroître leur sensibilité.

Dès l'année 1922, pour étendre, aux astéroïdes, les recherches alors en cours sur les planètes principales, nous avions entrepris la réalisation d'un polarimètre photoélectrique basé sur le principe suivant :

La lumière que l'on veut analyser est isolée par un petit diaphragme placé dans le plan focal d'une lunette; elle traverse une lame demi-onde qui tourne rapidement dans son plan, autour de son centre, puis un prisme de Nicol et elle est recueillie par une cellule photoélectrique à l'hydrure de potassium.

Si la lumière incidente est partiellement polarisée rectilignement, la lame demi-onde fait tourner son plan de polarisation à une vitesse angulaire double de la sienne et fait varier ainsi, à une fréquence quadruple, le flux lumineux reçu par la cellule. Le courant de la cellule possède alors une composante alternative sinusoïdale dont l'amplitude est proportionnelle à la quantité de lumière polarisée, composante qui est amplifiée par un amplificateur de basse fréquence (du type 3 *ter*), redressée par un détecteur à galène et recueillie par un microampèremètre dont on observe la déviation ([6]).

En faisant croître la vitesse de la lame jusqu'à 100 tours par seconde, on peut entendre, au téléphone, le son produit à la fréquence 400.

La sensibilité de ce dispositif se montrait limitée par un bruit de souffle dû principalement à la première lampe de l'amplificateur lorsque le flux lumineux était faible, aux fluctuations du nombre d'électrons que le métal alcalin émettait par unité de temps lorsque le flux était intense. Dans ce dernier cas, l'intensité efficace du souffle variait sensiblement comme la racine carrée du flux lumineux reçu et il en résultait que la plus petite proportion de lumière polarisée décelable variait en raison inverse de la racine carrée de ce flux.

([3]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 834.

([4]) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 943 et **198**, 1934, p. 249.

([5]) *Annales de l'Observatoire de Meudon*, 8, 1, juin 1929, p. 12.

([6]) Un dispositif analogue a été réalisé par Öhmann, en 1942 (*Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, **29**, B, n° **12**, p. 1). Le polarimètre de Öhmann ne comporte pas de lame demi-onde, les variations de flux sont produites par la rotation du polarisateur, de sorte que l'appareil possède un faux zéro dû à la polarisation produite par la cellule et qu'il a fallu éliminer.

Le microampèremètre accusait une déviation correspondant au bruit de souffle, pour de faibles polarisations celle-ci croissait proportionnellement au carré de la proportion de lumière polarisée. La sensibilité de l'appareil a été accrue, d'une part en mettant l'amplificateur en résonance pour la fréquence du courant alternatif produit, d'autre part en polarisant la lumière qui tombe sur la lame demi-onde, au moyen d'une glace inclinée d'un angle fixe et dont le plan d'incidence occupait successivement deux directions rectangulaires; le microampèremètre accusait ainsi des déviations plus fortes. Si la lumière étudiée était légèrement polarisée suivant une de ces directions, les déviations étaient inégales. On pouvait les égaliser, soit en faisant tourner ces deux directions rectangulaires et déterminer ainsi le plan de polarisation qui est alors parallèle à leur bissectrice, soit en compensant la polarisation au moyen d'une deuxième glace dont l'angle d'incidence permettait de calculer la proportion de lumière polarisée.

En 1924, le Nicol a été remplacé par un prisme biréfringent en spath, qui transmet deux fois plus de lumière; les deux faisceaux que celui-ci sépare subissent des variations de phase opposée, ils sont recueillis par deux cellules photoélectriques alimentées en série et dont le point de concours est connecté à la grille de la première lampe de l'amplificateur. Les cellules ajoutent ainsi leurs effets et le rendement lumineux est doublé, tandis que les variations parasites de l'intensité d'un faisceau lumineux non polarisé, dues à la rotation de la lame, sont atténuées. De plus, on peut supprimer la résistance connectée à la grille et le souffle qu'elle produit.

De grandes précautions ont été prises pour éviter de transmettre, aux cellules et à l'amplificateur, les vibrations produites par la lame et par le moteur qui la fait tourner.

Les essais faits en laboratoire, sur des sources intenses, ont montré qu'un flux lumineux de 4 lumens fourni par une lampe à incandescence de 6 volts, donnait un son perceptible à travers le bruit de fond, pour une proportion de lumière polarisée de 4.10^{-5}.

L'appareil a été monté, au mois de juin 1924, sur une lunette de 17 centimètres d'ouverture et essayé sur le Soleil pour tenter de mettre en évidence la polarisation de la lumière solaire diffusée par la chromosphère, devant le disque. Son fonctionnement était moins satisfaisant qu'en laboratoire, en raison des flexions et des vibrations. Les mesures ont porté sur une région circulaire de 1′ de diamètre, elles comportaient une précision de 2.10^{-5}.

La polarisation, nulle dans les régions centrales, apparaissait près du bord, avec un plan de polarisation perpendiculaire à celui-ci. A 1′ du bord, la proportion de lumière polarisée variait, d'un point à l'autre, entre 2.10^{-5} et 9.10^{-5}, la proportion 39.10^{-5} a été observée une fois, près du pôle Nord.

De nouveaux essais en laboratoire, effectués en 1930, toujours sur des sources

intenses, ont montré que le polarimètre permettait de mettre en évidence de faibles rotations d'un plan de polarisation.

La source lumineuse était suivie d'un polariseur, puis d'une lame de quartz taillée parallèlement à son axe optique. Lorsque la vibration transmise par le polariseur faisait, avec l'axe optique du quartz, un angle bien défini, voisin de 45 degrés, la polarisation disparaissait. Si l'on faisait tourner ensuite la vibration d'un angle α, on voyait apparaître une proportion de lumière polarisée $P = \sin 2\alpha$.

Une lame de verre de $6^{mm},5$ d'épaisseur était placée entre le polariseur et la lame de quartz; un champ magnétique de 10 gauss produit par une bobine, agissant sur cette lame parallèlement au faisceau, faisait réapparaître le son dans l'écouteur et produisait une rotation magnétique de $10''$. Des rotations de $2'',5$ pouvaient être décelées [6].

L'emploi d'une lame quart d'onde permettait de déceler, par la méthode de Sénarmont, de très faibles biréfringences telles que celle qu'une lame de verre de 6^{mm} d'épaisseur acquiert lorsqu'on la soumet à une pression de 1^{g} par centimètre carré, normale à l'axe du faisceau. Cette pression dont l'effet était très net produisait une ellipticité de 10^{-5} seulement.

Par contre, les essais effectués avec des flux lumineux faibles, comparables à ceux qu'un grand télescope reçoit des astéroïdes les plus brillants, n'ont pas donné de résultat, même en employant des cellules à gaz et en élevant la tension qui leur était appliquée; les variations du courant des cellules étaient masquées par les fluctuations dues aux lampes de l'amplificateur.

Attendant de pouvoir munir le polarimètre photoélectrique de cellules plus sensibles, nous n'avons pas publié sa description, celle-ci est contenue dans deux plis cachetés déposés à l'Académie des Sciences, le 22 janvier 1923 et le 27 octobre 1924.

C'est seulement au mois d'octobre 1946 que nous avons pu avoir les nouvelles cellules à multiplicateurs d'électrons construites aux États-Unis. Grâce à ces cellules et au changement du procédé de détection, le polarimètre photoélectrique possède maintenant une sensibilité comparable à celle qui était obtenue en 1924, avec des flux lumineux un million de fois plus faibles.

Ces perfectionnements feront l'objet d'une prochaine Note.

PHYSIOLOGIE. — *Essai d'adaptation à la sous-alimentation par une réduction progressive et ménagée de la ration alimentaire.* Note [1] de MM. **Paul Portier, Jean Causeret** et Mlle **Anne Raffy.**

Nos expériences ont été faites sur des rats mâles, de même âge, pesant de 240 à 260^{g} au début de la recherche; leur croissance pondérale était presque terminée.

---

[1] Séance du 22 décembre 1947.

Nous avons commencé par déterminer la consommation quotidienne spontanée de ces animaux, auxquels nous offrions un régime alimentaire équilibré ([2]) : elle atteignait un poids de 18g ± 0g,2 par animal. L'un de nous ([3]) a montré, dans un travail antérieur, que le poids de nourriture consommée spontanément, par le Rat, est égal, à fort peu de chose près, à la quantité *minima* de ce régime indispensable pour son entretien; une réduction de 5 % est péniblement supportée, une réduction de 10 % amène une chute de poids importante.

Les animaux, placés à 16° C., furent partagés en trois lots.

Les rats du *lot* I (témoins) recevaient chaque jour 18g de nourriture par animal (poids minimum d'entretien) : ils augmentèrent de poids, puis se stabilisèrent aux environs de 275g.

Les animaux du *lot* II recevaient une quantité de nourriture qui, chaque semaine, était diminuée de 1g : en 5 semaines, le poids de leur ration journalière tomba donc de 18g à 13g. Le poids de ces animaux se stabilisa pour 17g, mais commença à diminuer pour des rations plus faibles. Pour une ration de 16g, les rats perdirent 0g,7 par jour; pour 15g, 1g; pour 14g, 2g,7 et pour 13g, 3g,7.

Au bout de cinq semaines, le poids des rats était tombé de 250g à 195g. A ce moment, nous avons augmenté leur ration, qui passa de 13g à 15g. Aussitôt, la chute de poids s'est arrêtée et l'amélioration a persisté pendant 15 jours. Nous avons alors porté la ration à 16g, et vu les rats augmenter de poids. Cette ration étant maintenue, les animaux regagnèrent une partie du poids qu'ils avaient perdu et se maintinrent ensuite entre 200 et 220g.

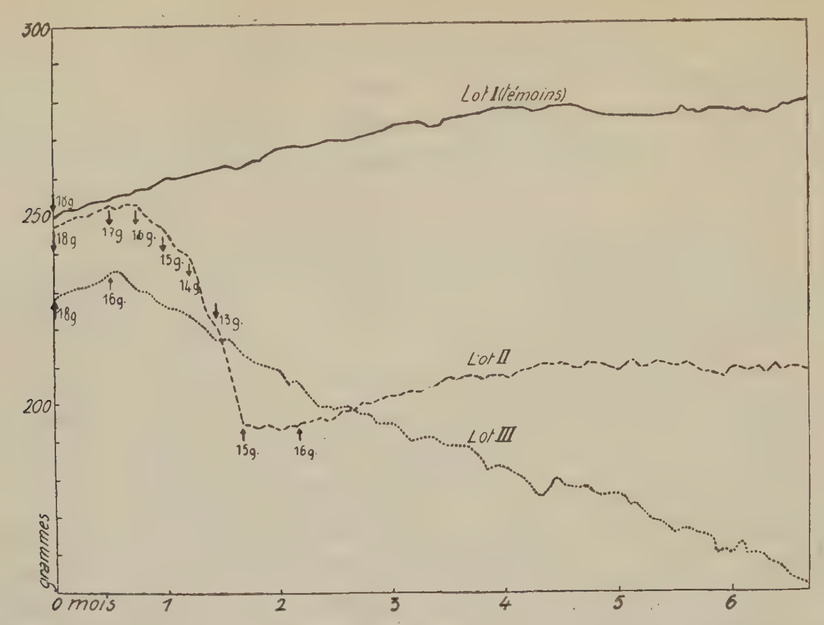
On voit donc (et c'est là le point important) qu'une ration de 16g, nettement insuffisante au début, et provoquant une chute de poids, permet alors au Rat, non seulement de conserver son poids, mais d'en regagner. Il y a donc eu, sous l'influence d'un régime progressivement insuffisant, une certaine adaptation de l'organisme.

Cette adaptation peut tenir en partie à ce que le Rat, ayant diminué de poids, doit exiger moins de nourriture pour son entretien; mais elle tient aussi à une meilleure utilisation des aliments. En effet, la réduction *brusque*, de 18g à 16g, de la ration des animaux du *lot* III provoque un amaigrissement immédiat et continu : six mois après le début de la sous-alimentation, la perte de poids est de 85g. Au contraire, le poids des animaux du *lot* II, dont la ration a été réduite *progressivement* de 18g à 13g avant d'être relevée à 15g, puis 16g, se stabilise à

([2]) Régime alimentaire de L. Randoin et J. Causeret : blé entier finement moulu 88, caséine 5, germe de blé 5, lactate de calcium 1,5, chlorure de sodium 0,5.

([3]) J. Causeret, *De la signification physiologique de l'appétit chez le Rat soumis à un régime alimentaire convenablement équilibré* (*Bull. Soc. sc. Hyg. alim.*, 35, 1947, p. 113).

une valeur inférieure seulement de 40^g à ce qu'elle était au début de la sous-alimentation (voir graphique).



Courbes des poids de rats normalement alimentés (lot I), ou soumis à une sous-alimentation ménagée (lot II), ou à une sous-alimentation bruque (lot III).

Il semble, d'ailleurs, assez plausible que la souplesse de l'organisme révélée par ces expériences serait plus marquée chez des animaux de plus grande taille et chez l'Homme lui-même.

IMMUNOLOGIE. — *De l'emploi du latex de l'*Hevea brasiliensis *comme substance adjuvante et stimulante de l'immunité antitoxique. Étude expérimentale préliminaire.* Note de MM. **Gaston Ramon** et **Rémy Richou.**

S'appuyant sur le principe des substances adjuvantes et stimulantes de l'immunité établi en 1925 [1] et qui a pris depuis lors un développement de plus en plus grand en Immunologie [2], H. Jacotot a fait connaître récemment [3] que le latex d'*Hevea brasiliensis* pouvait être utilisé comme adjuvant de divers vaccins : vaccin contre la rage, contre la peste porcine, la pasteurellose des bœufs et des buffles, le charbon symptomatique des Bovidés.

---

(1) G. Ramon, *Bull. Soc. Cent. Méd. Vét.* **101**, 1925, p. 227 et 358; *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 157; *Annales Institut Pasteur*, **40**, 1926, p. 1. Voir également *Revue d'Immunologie*, 3, 1937, p. 193, 202, 285, 389, 505; *idem*, 4, 1938, p. 1.

(2) R. Richou, *Presse Médicale* (sous presse).

(3) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1390 et *Revue d'Immunologie*, **11**, 1947, p. 113. Dans ce dernier mémoire Jacotot montre toute l'importance du principe des substances adjuvantes de l'immunité et de ses applications.

Dans une série d'expériences entreprises chez le Cobaye, nous avons recherché de notre côté si le latex d'Hevea était capable de stimuler l'immunité antitoxique provoquée par les anatoxines, et dans quelle mesure.

A cet effet, nous nous sommes servis, d'une part, d'anatoxine diphtérique provenant d'un lot préparé il y a plusieurs années et titrant 35 unités antigènes de floculation au centimètre cube et, d'autre part, de latex d'*Hevea brasiliensis* déjà ancien et conservé par addition d'ammoniaque ([4]).

L'une de nos expériences a porté sur 18 cobayes répartis en trois séries de chacune 6 cobayes. Les cobayes de la première série reçoivent, à 13 jours d'intervalle, deux injections d'anatoxine diphtérique; la première de $0^{cm^3},5$; la seconde de 1^{cm^3}.

Les cobayes de la 2e série reçoivent, dans les mêmes conditions, 2 injections de $0^{cm^3},5$ et 1^{cm^3} de la même anatoxine additionnée de 5 % de latex d'*Hevea brasiliensis* préalablement stérilisé pendant une demi-heure à 105° ([5]).

Les cobayes de la 3e série reçoivent, également à 13 jours d'intervalle, 2 injections d'anatoxine additionnée de 15 % de latex.

Le mélange anatoxine + latex, utilisé pour la première injection, avait été préparé trois heures plus tôt et laissé à la température du laboratoire, et le mélange qui servit à la 2e injection avait été effectué 5 jours auparavant, chauffé pendant une demi-heure à 54° et conservé au frigorifique (+ 5°).

Quant aux réactions locales observées, elles varient avec l'antigène utilisé. L'injection d'anatoxine seule n'est suivie d'aucune réaction. Au contraire, l'injection d'anatoxine additionnée de 5 % de latex entraîne l'apparition d'un œdème qui se transforme progressivement en un nodule, de la grosseur d'une lentille, qui ne se résorbe que lentement. Un œdème plus important, puis un nodule de la grosseur d'un haricot, apparaissent au lieu d'injection de l'anatoxine additionnée de 15 % de latex.

Tous les cobayes sont saignés 14 jours après la deuxième injection. Les sérums des cobayes de chaque série sont mélangés et l'antitoxine diphtérique est titrée dans chaque mélange séparément, selon la technique courante.

Les résultats obtenus furent les suivants :

Antigène injecté.	Titre (en unités antitoxiques internationales).
Anatoxine diphtérique seule	+ 1/10 — 1/3
» + 5 % de latex	+ 1 — 2
» + 15 % »	+ 1/10 — 1/3

Il ressort de cette expérience que le taux antitoxique du sérum des cobayes

([4]) Ce latex nous a été aimablement fourni par l'Institut français du caoutchouc à la demande de notre Collègue H. Jacotot.

([5]) On peut encore, comme l'a fait Jacotot, stériliser le latex par addition de formol.

qui ont reçu l'anatoxine diphtérique additionnée de 5 % de latex d'Hevea est notablement plus élevé (1,5 unité) que celui des animaux soumis à l'injection d'anatoxine seule (0,2 unité). Il n'y a pas intérêt, semble-t-il, à dépasser la proportion de 5 % de latex; avec 15 % de latex l'accroissement du taux antitoxique paraît nul, sans doute parce que l'antigène mal résorbé demeure en partie inutilisé par l'organisme pour la production de l'antitoxine. Des expériences analogues effectuées en employant l'anatoxine tétanique aboutissent à des résultats de même ordre.

Les résultats ainsi acquis dans le domaine de l'immunité antitoxique sont comparables à ceux obtenus par Jacotot dans un autre domaine, ils les corroborent entièrement. S'ils sont supérieurs à ceux constatés jadis, chez le Cobaye, avec différents adjuvants tels que le tapioca, ils sont en général inférieurs à ceux enregistrés avec d'autres substances stimulantes : la lanoline par exemple ([6]).

Quoi qu'il en soit, nous ne pensons pas que le latex d'Hevea puisse être mis en œuvre chez l'Homme comme adjuvant de l'immunité antitoxique, sans modification de la technique, en raison des réactions un peu trop vives qu'il serait susceptible d'entraîner surtout chez l'enfant. D'ailleurs en ce domaine de l'immunologie appliquée, nous possédons déjà depuis 1926 la méthode des *vaccinations associées* ([7]) qui repose également sur le principe des substances adjuvantes et stimulantes. Elle permet non seulement d'obtenir une immunité antitoxique d'un degré élevé, mais encore de réaliser dans les conditions les plus commodes, plusieurs immunisations en une seule. Elle donne toute satisfaction et elle a fait ses preuves un peu partout, en France comme à l'étranger, où elle se généralise selon diverses formules. Nous citerons spécialement les vaccinations associées *antidiphtérique-antitétanique-antityphoparatyphoïdique* obligatoires dans l'Armée française depuis 1936, les vaccinations associées *anticoquelucheuse-antidiphtérique-antitétanique* d'un usage courant chez l'enfant aux États-Unis et dans divers pays.

Cependant le procédé utilisant le latex d'*Hevea brasiliensis* pourra trouver son emploi chez les animaux domestiques, notamment dans la vaccination anatoxique des Équidés contre le tétanos et aussi, sans doute, en dehors des utilisations déjà énoncées par Jacotot, dans les vaccinations au moyen des anavaccins contre la fièvre aphteuse, contre la brucellose, contre le charbon bactéridien, etc. ([8]). Des expériences sont en cours dans ces différentes directions.

([6]) G. Ramon et Collaborateurs, *Revue d'Immunologie*, 3, 1937, p. 203, 285, 391, 505; *idem.*, 4, 1938, p. 1.

([7]) G. Ramon et Chr. Zoeller, *C. R. de la Soc. Biol.*, 94, 1926, p. 106; G. Ramon, *La Presse Médicale*, 1945, n° 8, p. 93; *Pédiatrie*, 35, 1946, p. 21

([8]) Ajoutons que contre ces maladies encore il est possible d'utiliser la méthode des vaccinations associées. Tout dernièrement L. Delpy et H. Mir Champsy ont montré la

PROBABILITÉS. — *Sur les divers modes d'application des relations de probabilité*. Note [1] de M. **Georges Reboul.**

Il a été énoncé et exprimé algébriquement [2] un principe découlant des lois du hasard et commandant tous les phénomènes physiques ou biologiques. Il peut s'appliquer aisément à un très grand nombre de problèmes et fournir un excellent moyen de synthèse scientifique. Ses applications se font en procédant de plusieurs manières.

1. On considère la question posée comme un *tout*, on applique à cette parcelle isolée les relations de probabilité correspondantes et l'on en tire l'expression algébrique de la loi particulière du phénomène considéré. Exemples : phénomènes de dilatation et de compression, lois des gaz parfaits ou réels [3], etc.

2. On envisage en bloc la branche scientifique à laquelle se rattache la question examinée : Mécanique, Thermodynamique, Chimie, Biologie, etc. On établit, à partir de relations de probabilité, les principes particuliers relatifs à cette branche, et l'on déduit de ces derniers, à la manière habituelle, les lois que l'expérience a permis d'établir ou qu'elle doit vérifier. Il a été donné des exemples de ce mode d'opérer pour la thermodynamique et la chimie [4].

3. Enfin on groupe, suivant leurs données générales, les questions de même variance, indépendamment de leur genre et des espèces de constituants qu'elles intéressent. On établit, pour ce groupe, les relations de probabilité correspondantes et l'on en tire les solutions générales. On adapte ensuite ces solutions aux divers cas intéressés en faisant, pour chacun d'eux, les hypothèses ou les modifications de détail qui paraissent nécessaires. Nous prendrons comme exemple de ce troisième mode la formule de Boltzmann, généralisée ou non, et ses applications.

Soit un système représenté par une collectivité de N individus sur la nature desquels nous ne ferons, pour le moment, aucune hypothèse et qui sont porteurs d'une énergie W. Supposons que le système fasse, sous une forme

---

possibilité de préparer des vaccins associés contre la clavelée et la fièvre charbonneuse (*Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 158). On peut encore pratiquer les vaccinations associées contre le charbon symptomatique et contre le charbon bactéridien, sous la réserve d'employer, dans les deux cas, des anavaccins (G. Ramon, A. Boivin et R. Richou, *Comptes rendus*, **213**, 1942, p. 598). Ainsi cette méthode prend une extension de plus en plus grande en médecine vétérinaire comme en médecine humaine.

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) G. et J.-A. Reboul, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 224.

(3) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 149, 151 et 222.

(4) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1320; **224**, 1947, p. 314.

quelconque, un échange d'énergie avec le milieu qui l'environne. Cet échange se fait suivant des lois que nous ignorons, mais que nous savons être dues à un hasard pur ou dirigé; les seules variables étant N et W, on a la relation de probabilité

$$\frac{dN}{N} = \beta \frac{dW}{W}.$$

Le coefficient β étant une constante ou une fonction plus ou moins compliquée de W ou d'autres variables. L'intégration de cette équation donne une expression généralisée de la formule de Boltzmann

$$N = N_0 e^{\int_0^W \beta \frac{dW}{W}}$$

qui lie le nombre des porteurs à l'énergie.

Si les porteurs envisagés appartiennent à un fluide parfait : molécules d'un gaz obéissant à la loi de Mariotte, molécules en solution étendue soumise à la loi de Van' t Hoff, électrons libres dans un métal, etc., l'énergie W du fluide, à la température T, a pour valeur RT et peut être considérée comme également répartie entre les porteurs; β est alors égal à 1, et l'on a

$$\frac{dN}{N} = -\frac{dW}{RT},$$

le signe — signifiant que la corrélation est inverse entre N et T. On en déduit la formule habituelle de Boltzmann

$$N = N_0 e^{-\int_0^W \frac{dW}{RT}}.$$

En appliquant, selon les cas, la formule sous sa forme ordinaire ou généralisée, on trouve facilement l'expression algébrique des lois d'un assez grand nombre de phénomènes. Cette expression prend l'une ou l'autre des formes suivantes.

I. $X = X_0 e^{-(b/T)}$ qui convient aux cas suivants : 1° nivellement barométrique, X étant la pression atmosphérique et b un coefficient proportionnel à l'altitude; 2° action de la température sur la vaporisation du mercure et la sublimation de la glace, X tension de vapeur; 3° solutions étendues dans l'eau de NO_3K, KCl, ..., X coefficient de solubilité; 4° absorption de la lumière, X intensité lumineuse et b coefficient proportionnel à l'épaisseur du milieu absorbant.

II. $X = X_0 T^a e^{-(b/T)}$, valable pour : 1° vaporisation et condensation de l'eau et de divers liquides, X tension de vapeur; 2° solutions concentrées de divers sels dans l'eau, X coefficient de solubilité; 3° phénomènes thermoioniques, X nombre d'électrons émis.

III. $X = X_0 e^{a/X \operatorname{Log} T}$: phénomènes de fusion et solidification, X pression exercée, T température d'équilibre. Exemple : glace sous des pressions inférieures à 1000^{atm}.

IV. Enfin les changements d'état n'entrant pas dans les cas précédents, obéissent à des relations de la forme

$$X = X_0 e^{\int_0^T \frac{EL}{T} \frac{dT}{W}},$$

dans laquelle X est généralement la masse de matière mise en jeu, T la température, L la chaleur de transformation, W l'actif énergétique de l'unité de masse du corps et E l'équivalent mécanique de la calorie.

Les résultats expérimentaux qui ont servi à vérifier ces diverses formules sont extraits du *Recueil de constantes de la Société Française de Physique*, Gauthier-Villars, 1913.

M. **Maurice Roy** fait hommage à l'Académie de deux Ouvrages qu'il vient de publier : 1° *Thermodynamique des systèmes propulsifs à réaction et de la turbine à gaz. Leçons professées au Centre d'Études supérieures de Mécanique* (*Paris*, 1946); 2° *Tuyères, trompes, fusées et projectiles. Problèmes divers de dynamique des fluides aux grandes vitesses*, in *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air*.

CORRESPONDANCE.

La Commission Nationale provisoire pour l'Éducation, la Science et la Culture (U. N. E. S. C. O.) invite l'Académie à désigner un de ses Membres qui fera partie de la Commission Nationale définitive.

L'Académie est informée de la réunion à Paris, du 21 au 27 juillet 1948, du treizième **Congrès International de Zoologie**.

M. **Paul Fallot** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Minéralogie, par le décès de M. *Léon Bertrand*.

M. **Hubert Delange** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Savoir en histoire naturelle. Volume XXII. *Catalogue des fossiles tertiaires du Bassin de Paris*, par Raymond Furon et Robert Soyer.

2° Universidad de La Habana. *Individualidad y personalidad; relaciones con la filosofia de Schopenhauer y la doctrina de la energia*, por Alejandro Ruiz Cadalso (1872-1945).

3° *Publications de l'Observatoire astronomique de l'Université de Belgrade*, nos 1 et 2.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *A propos d'une correspondance inédite de Monge.* Note [1] de M. **René Taton** présentée par M. Joseph Pérès.

En dehors des trois traités classiques : Statique, Géométrie descriptive, Application de l'Analyse à la Géométrie, la production mathématique de Gaspard Monge est dispersée dans divers recueils scientifiques : Mémoires des Savants Étrangers et Mémoires des Membres de l'Académie des Sciences de Paris, Mémoires de l'Académie Royale de Turin, Journal de l'École Polytechnique. La publication de sa correspondance, en grande partie inédite, permettrait de mieux préciser la contribution éminente de Monge aux progrès de la Géométrie infinitésimale et de l'Analyse. C'est ainsi que la Bibliothèque de l'Institut possède dans des dossiers contenant les papiers de S. F. Lacroix (1765-1843) (Manuscrit 2396) 5 lettres de Monge échelonnées du 3 janvier 1771 au 26 mai 1772, adressées, la première à d'Alembert, les autres à Condorcet et qui permettent de préciser de façon nouvelle les dates de plusieurs découvertes importantes de Monge dans la théorie des équations aux dérivées partielles et ses applications à la Géométrie infinitésimale.

Dans sa lettre à d'Alembert du 3 janvier 1771, Monge propose une méthode permettant d'étendre la solution du problème des isopérimètres, *porté à sa perfection* par Euler et Lagrange, à la recherche de surfaces jouissant d'un maximum ou d'un minimum. Ses recherches, commencées *depuis environ dix semaines* [probablement depuis l'achèvement de son mémoire sur les développées des courbes à double courbure [2]], l'amènent à des calculs assez compliqués qu'il ne peut mener à bout et dont il montre la difficulté sur l'exemple de la surface d'aire minimum satisfaisant à certaines conditions. Il note à cette occasion le manque de généralité des solutions apportées jusqu'alors aux problèmes célèbres de la surface de moindre résistance et de l'aile d'un moulin à vent.

Dans la deuxième lettre, adressée le 15 février 1771 à Condorcet, à qui d'Alembert avait transmis la lettre du 3 janvier, Monge revient d'abord sur son application du Calcul des variations aux surfaces courbes en notant qu'il a été amené, par ses recherches géométriques, à se faire un calcul des variations qu'il a trouvé depuis expliqué par Euler dans les Mémoires de Saint-Pétersbourg. Puis il résout l'équation aux dérivées partielles $p + Xq = X'$ (X et X' étant des fonctions de x et y) et construit une surface solution. Il donne ensuite, de façon incomplète, les équations de certaines classes de surfaces et

---

[1] Séance du 22 décembre 1947.

[2] *Mémoire sur les développées, les rayons de courbure et les différents genres d'inflexion des courbes à double courbure*, terminé le 30 octobre 1770, présenté à l'Académie le 31 août 1771, objet d'un rapport élogieux de Vandermonde le 27 novembre et publié dans le tome IX des Mémoires des Savants Étrangers (2e partie, p. 511-550).

quelques détails sur d'autres types d'équations aux dérivées partielles. Si l'on pouvait, dit-il, « sinon porter à sa fin, du moins perfectionner le Calcul des différences partielles, les Mathématiques en recevraient un bien grand avantage. Non seulement toutes les questions sur les surfaces courbes, mais encore toutes celles dans lesquelles on aura à considérer plusieurs variables dont au moins deux seront indépendantes l'une de l'autre, sont de son ressort, et le nombre de ces sortes de questions est immense ». Monge propose ensuite à Condorcet de lui envoyer son étude sur les maxima des surfaces courbes ([3]).

La troisième lettre, du 2 septembre 1771, est brève mais intéressante, car elle montre que, dès cette date, Monge avait une idée précise de la classification des surfaces à l'aide des équations aux dérivées partielles auxquelles elles satisfont.

Dans la quatrième lettre (14 février 1772), Monge étudie la nature des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux dérivées partielles, question qui avait soulevé une longue discussion entre d'Alembert, Euler et Lagrange et que Monge avait abordée dans deux mémoires présentés à l'Académie des Sciences ([4]). Il montre géométriquement que les fonctions « discontinues » ([5]) doivent être acceptées dans ces solutions. Par exemple, un cône à directrice discontinue satisfait à l'équation générale aux dérivées partielles qui caractérise les cônes. Monge applique le même procédé à certains conoïdes, à un autre type simple de surface réglée et à une équation du second ordre. Il traite chaque cas de façon simple et élégante et donne dans la mesure du possible un exemple concret des surfaces qu'il étudie.

Enfin, dans la dernière lettre (26 mai 1772), Monge propose à Condorcet une méthode de représentation géométrique des solutions de l'équation des cordes vibrantes.

Ainsi, dans ces lettres de 1771 et 1772, se manifestent de façon remarquable les caractéristiques essentielles de l'œuvre mathématique de Monge : clarté, élégance, emploi simultané des méthodes géométriques et analytiques. De plus, ces lettres permettent d'établir de façon précise l'origine des premières découvertes de Monge dans le domaine des équations aux dérivées partielles et de rectifier certaines dates couramment admises jusqu'ici.

([3]) Cette étude est apparemment l'objet du Mémoire présenté par Monge à l'Académie le 6 mars 1771, objet d'un rapport élogieux de Condorcet et Bossut (20 mars), mais non publié par la suite.

([4]) Mémoire présenté le 27 novembre 1771 (rapport du 22 janvier 1772); mémoire présenté le 22 janvier 1772 (rapport du 5 février). Ces mémoires, plus ou moins remaniés, ont été insérés dans le tome VII des Mémoires des Savants étrangers (1776).

([5]) Cette expression doit être comprise ici avec son sens courant du XVIII[e] siècle : fonctions non exprimables par une suite finie d'opérations arithmétiques, ni par des expressions trigonométriques, exponentielles ou logarithmiques, ni par un développement en série. Un trait décrit au hasard correspond ainsi à une fonction discontinue.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Logique de l'intuitionisme sans négation et logique de l'intuitionisme positif.* Note de Mme **Paulette Destouches-Février**.

1. G. F. C. Griss ([1]) a envisagé récemment une mathématique intuitioniste sans négation; nous voulons montrer ici que la logique correspondant à cette conception est une logique de complémentarité sans négation.

Nous admettrons les règles suivantes pour le calcul des propositions ($\vdash$ signifie *justifié*, $\vdash\vdash$: *axiome*, & : *et*, $\vee$: *ou*, $\mathbf{1}$: *identité logique*) :

1° $\rightarrow$ est une opération binaire sur les propositions, et si q est justifié par p. nous écrirons : $\vdash p \rightarrow q$.

2° Si $\vdash p$ et $\vdash p \rightarrow q$, on peut écrire $\vdash q$.

3° Règle de substitution (usuelle).

4° & est une opération binaire sur les propositions. Si $\vdash p$ et $\vdash q$, on a $\vdash p \,\&\, q$ et inversement.

Propriétés du produit logique : 5° $\vdash\vdash p \rightarrow p \,\&\, p$.

6° $\vdash\vdash p \rightarrow p \,\&\, \mathbf{1}$.

7° Transitivité : $\vdash\vdash p \rightarrow q \,.\&.\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \rightarrow r$.

8° Simplification : $\vdash\vdash p \,\&\, q \rightarrow p$.

9° Composition : $\vdash\vdash p \rightarrow q \,.\rightarrow.\, p \,\&\, r \rightarrow q \,\&\, r$.

10° Importation : $\vdash\vdash p \,.\rightarrow.\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \,\&\, q \,.\rightarrow.\, r$.

Le principe d'importation est intuitivement clair; par contre le principe d'exportation est une règle très forte dont l'évidence est contestable; il n'est pas certain qu'on doive le poser.

11° Exportation : $\vdash\vdash p \,\&\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \,.\rightarrow.\, q \rightarrow r$.

6° et 11° sont plus faibles que $q \,.\rightarrow.\, p \rightarrow q$ admis par Johansson ([2]) ainsi que par Heyting ([3]) et que nous n'admettrons pas.

Si l'on pose $p \leftrightarrow q =_d p \rightarrow q \,.\&.\, q \rightarrow p$, on constate que $\leftrightarrow$ a les trois propriétés d'une équivalence.

Comme il n'y a pas de négation, il n'y a aucune liaison entre & et $\vee$; et nous admettrons :

Propriétés de la somme logique ; 12° $\vdash\vdash p \vee p \rightarrow p$.

13° Commutation : $\vdash\vdash p \vee q \rightarrow q \vee p$.

14° $\vdash\vdash p \rightarrow p \vee q$.

15° $\vdash\vdash p \rightarrow r \,.\&.\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \vee q \rightarrow r$.

16° $\vdash\vdash p \rightarrow r \,.\vee.\, q \rightarrow r : \rightarrow : p \,\&\, q \rightarrow r$.

II. Pour le calcul des fonctions propositionnelles, nous introduirons les deux quantificateurs $\forall x$: « pour chaque x » et $\exists x$: « il existe un x tel que », et nous admettrons, comme Johansson, les deux axiomes :

([1]) *Proc. Nederland. Akad. v. Wetensch.*, 53, 1944, p. 261 et 49, 1946, p. 1127.

([2]) *Compositio Math.*, 4, 1936, p. 119.

([3]) *Sitz. Ber. Akad. Berlin*, 1930, p. 42-56; *Math. Grunlagenforsch., Intuitionismus. Beweistheorie* (*Ergeb. d. Math.*, Berlin, 1934).

17° $\vdash\vdash \forall x f(x) \rightarrow f(y)$;

18° $\vdash\vdash f(x) \rightarrow \exists y f(y)$ et les deux règles suivantes :

19° $\vdash A \rightarrow f(x)$ et « A indépendant de $\underline{x}$ » permettent d'écrire $\vdash A \rightarrow \forall x f(x)$.

20° $\vdash f(x) \rightarrow A$ et « A indépendant de x » permettent d'écrire $\vdash \exists x f(x) \rightarrow A$.

III. Dans l'intuitionisme sans négation de Griss, il apparaît des relations que l'on peut qualifier d'*incompatibles*, soit R et $\overline{R}$ (par exemple « le même » : $=$, et « discernable » : $\neq$). Deux propositions $R(x, y, \ldots)$ et $\overline{R}(x, y, \ldots)$ des mêmes arguments sont dites *incomposables* si R et $\overline{R}$ sont incompatibles. Nous devons alors poser ces règles supplémentaires :

21° Il est interdit de poser la vérité d'une paire de propositions incomposables.

22° Si la paire $[p, q]$ est incomposable, il en est de même des paires $[(p \,\&\, r), q]$ et $[p, (q \,\&\, r)]$, quelle que soit la proposition r.

23° Quelles que soient les propositions p, q, r, les paires $[p, (p \rightarrow q)]$, $[(p \rightarrow q), (q \rightarrow r)]$, $[(p \rightarrow q), (p \rightarrow r)]$ sont composables.

Dans cette conception il n'y a aucune notion de contradiction, et aucune définition de la négation n'est acceptée, mais on ne peut éviter la notion d'incompatibilité : *on a donc bien une logique de complémentarité*. Elle est une logique minimale. La notion de théorie non contradictoire est alors profondément transformée.

IV. Dans la logique de l'intuitionisme positif, que nous avons défini dans une Note récente (¹) nous n'admettons aucune règle en plus de 1° à 20° ci-dessus; mais nous acceptons une négation définie par

$$\neg p =_d p \rightarrow \varnothing,$$

où $\varnothing$ est une proposition désignant la contradiction et définie positivement dans chaque théorie déductive, par exemple $\varnothing =_d (1 = 2)$.

Cette fois nous n'avons plus besoin de faire intervenir la notion de paire incomposable et nous n'avons pas une logique de complémentarité.

Les propriétés de la négation $\neg$ résultent des règles admises plus haut, notamment du principe d'exportation. On peut établir :

$$\vdash p \rightarrow q . \rightarrow . \neg q \rightarrow \neg p.$$
$$\vdash p \rightarrow \neg q . \rightarrow . q \rightarrow \neg p.$$
$$\vdash \neg (p \,\&\, \neg p).$$
$$\vdash p \rightarrow \neg q . \leftrightarrow . \neg (p \,\&\, q.)$$

Cette logique est plus faible que celle de Johansson puisqu'on n'a pas $q . \rightarrow . p \rightarrow q$. Elle apparaît comme logique minimale sans complémentarité.

(¹) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1241.

ALGÈBRE. — *Produit tensoriel de lattices.* Note [1] de M. **Jacques Riguet**, présentée par M. Élie Cartan.

Un ensemble est muni d'une structure de *lattice* s'il existe sur cet ensemble deux lois internes, notées par exemple $+$ et $.$, toutes deux associatives, commutatives et idempotentes et liées entre elles par la loi universelle [2]

$$x = x.(x+y) = x + (x.y).$$

Le produit tensoriel de deux groupes, ou de deux anneaux, a été défini d'une manière intrinsèque par Whitney [3]. En utilisant une méthode analogue, on peut définir le produit tensoriel de deux lattices.

Étant données deux lattices L_1 et L_2, formons l'ensemble P de tous les polynomes qui peuvent être construits au moyen des couples du produit $L_1 \times L_2$ et des deux symboles $+$ et $.$; soit R la relation d'équivalence sur P qui égale deux polynomes qui peuvent se déduire l'un de l'autre par l'application itérée : des lois associatives, ou commutatives, ou idempotentes, ou distributives par rapport à $+$ ou $.$, ou des lois universelles

$$(1)\qquad \begin{cases} (l_1,l_2)\,.\,(l_1,l'_2) = (l_1,l_2\,.\,l'_2), & (l_1,l_2)\,.\,(l'_1,l_2) = (l_1\,.\,l'_1,l_2) \\ (l_1,l_2)+(l_1,l'_2) = (l_1,l_2+l'_2), & (l_1,l_2)+(l'_2,l_2) = (l_1+l_1,l'_1). \end{cases}$$

L'ensemble $T = P/R$, muni des deux lois internes (notées encore, respectivement $+$ et $.$) quotients respectifs [4] par la relation R des lois qui aux polynomes α et β, de P, fait correspondre les polynomes $\alpha+\beta$ et $\alpha.\beta$ (de P), est le *produit tensoriel des lattices* L_1 *et* L_2, que je désigne par $L_1 \circ L_2$.

On démontre alors que le produit tensoriel de deux lattices est une lattice (distributive) et qu'il est égal au produit tensoriel de deux lattices distributives convenablement choisies. On peut donc se borner à étudier le produit tensoriel de deux lattices distributives.

Lorsque L_1 et L_2 possèdent des plus petits éléments o_1, o_2 (respectivement des plus grands éléments 1_1, 1_2), leur produit tensoriel possède un plus petit élément égal à (o_1, o_2) [ou respectivement un plus grand élément égal à $(1_1, 1_2)$].

Soient deux lattices L_1 et L_2, ayant chacune des plus petits éléments o_1, o_2 et R^* la relation d'équivalence sur P, qui égale les polynomes congrus suivant R, ou pouvant se déduire l'un de l'autre par itération des lois associatives ou

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) A la place de ce dernier axiome, on trouve habituellement la loi

$$x.y = x \rightleftharpoons x+y = y,$$

qui a le désavantage de n'être pas une loi universelle.

(3) *Duke Math. Journal*, 4, 1938, p. 496.

(4) Pour la définition d'une loi quotient, voir notamment : Bourbaki, *Algèbre*, 1, Chap. I, § 4, n° 3.

commutatives, ou idempotentes, ou distributives par rapport à $+$ et $.$, ou par la loi universelle

(2) $$(o_1, 1_2) = (1_1, o_2) = (o_1, o_2).$$

L'ensemble $T^\star = P/R^\star$, construit de manière analogue à P/R, sera appelé le *produit tensoriel restreint des deux lattices* L_1 et L_2 et désigné par $L_1 \star L_2$.

Si L_1 et L_2 sont complémentées, T n'est pas nécessairement complémentée (5), mais $T^\star$ l'est. Dans ce cas, en considérant L_1 et L_2 comme des anneaux booléens ayant $\oplus$ et $.$ comme addition et multiplication, en désignant par a' le complément de a, et en posant (avec Stone)

$$a \oplus b = a.b' + b.a';$$

le produit tensoriel, au sens de Whitney, de L_1, L_2, considérées comme des anneaux, est identique au produit tensoriel restreint, tel qu'il vient d'être défini, pour L_1, L_2 considérées comme des lattices.

Il est facile d'étendre les définitions et propriétés précédentes au cas où L_1 et L_2 sont des $\bigwedge$-lattices à gauche; resp. des $\bigvee$-lattices à droite, resp. des lattices complètes (6), dans lesquelles $+$ et $.$ portent sur un nombre infini de termes.

On peut encore définir, de façon analogue à ce qui précède, le produit tensoriel de n lattices $L_1, L_2, \ldots, L_3$ et leur produit tensoriel restreint, toujours au moyen d'ensembles quotients, en remplaçant les lois (1) par des lois analogues portant sur des n-uples et la loi (2) par la loi

$$(o_1, 1_1, \ldots, 1_n) = (1_1, o_2, \ldots, 1_n) = \ldots = (o_1, o_2, \ldots, o_n).$$

Nous désignerons ces produits par $L_1 \circ \ldots \circ L_n$ respectivement $L_1 \star \ldots \star L_n$.

Il est immédiat que l'application de $(L_1 \circ L_2) \circ L_3$ sur $L_1 \circ L_2 \circ$ qui par exemple au tenseur $((l_1, l_2), l_3) + ((m_1, m_2), m_3).((n_1, n_2), n_3)$ (on peut toujours par suite de la distributivité mettre un tenseur sous forme d'une somme de produits) fait correspondre le tenseur $(l_1, l_2, l_3) + (m_1, m_2, m_3).(n_1, n_2, n_3)$ est un isomorphisme de $(L_1 \circ L_2) \circ L_3$ sur $L_1 \circ L_2 \circ L_3$ que nous appellerons l'*isomorphisme canonique* entre ces deux ensembles.

L'application de $L_1 \circ L_2 \circ L_3$ sur $L_{i_1} \circ L_{i_2} \circ L_{i_3}$ qui par exemple au tenseur $(l_1, l_2, l_3) + (m_1, m_2, m_3).(n_1, n_2, n_3)$ fait correspondre le tenseur $(l_{i_1}, l_{i_2}, l_{i_3}) + (m_{i_1}, m_{i_2}, m_{i_3}).(n_{i_1}, n_{i_2}, n_{i_3})$, ($i_1, i_2, i_3$, étant une permutation de (1, 2, 3)) est un isomorphisme de $L_1 \circ L_2 \circ L_3$ sur $L_{i_1} \circ L_{i_2} \circ L_{i_3}$ appelé symétrie.

(5) Il suffit pour le voir de former le produit tensoriel de la lattice à deux éléments par elle-même, c'est une lattice à 6 éléments, non complémentée.

(6) C'est-à-dire des sous-ensembles ordonnés, où tout sous-ensemble a une borne inférieure, resp. supérieure, resp. une borne inférieure et une borne supérieure.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les bases du groupe symétrique d'ordre 7 !* (¹). Note (²) de Mme **Sophie Piccard.**

Le groupe symétrique $\mathfrak{S}_7$ d'ordre 7 ! comprend, à part la substitution identique, des substitutions des 14 types suivants :

1...	$(a_1\,a_2\,a_3\,a_4\,a_5\,a_6\,a_7)$	8...	$(a_1\,a_2\,a_3)\,(a_4)\,(a_5)\,(a_6)\,(a_7)$
2...	$(a_1\,a_2\,a_3\,a_4\,a_5\,a_6)\,(a_7)$	9...	$(a_1\,a_2\,a_3)\,(a_4\,a_5)\,(a_6)\,(a_7)$
3...	$(a_1\,a_2\,a_3\,a_4\,a_5)\,(a_6)\,(a_7)$	10...	$(a_1\,a_2\,a_3)\,(a_4\,a_5)\,(a_6\,a_7)$
4...	$(a_1\,a_2\,a_3\,a_4\,a_5)\,(a_6\,a_7)$	11...	$(a_1\,a_2\,a_3)\,(a_4\,a_5\,a_6)\,(a_7)$
5...	$(a_1\,a_2\,a_3\,a_4)\,(a_5)\,(a_6)\,(a_7)$	12...	$(a_1\,a_2)\,(a_3)\,(a_4)\,(a_5)\,(a_6)\,(a_7)$
6...	$(a_1\,a_2\,a_3\,a_4)\,(a_5\,a_6)\,(a_7)$	13...	$(a_1\,a_2)\,(a_3\,a_4)\,(a_5)\,(a_6)\,(a_7)$
7...	$(a_1\,a_2\,a_3\,a_4)\,(a_5\,a_6\,a_7)$	14...	$(a_1\,a_2)\,(a_3\,a_4)\,(a_5\,a_6)\,(a_7)$

Deux substitutions non identiques du groupe $\mathfrak{S}_7$ peuvent engendrer le groupe $\mathfrak{S}_7$ tout entier par composition finie; elles constituent alors *une base* du groupe $\mathfrak{S}_7$. Dans la Note (¹) nous avons indiqué des critères permettant de déterminer toutes les bases du groupe $\mathfrak{S}_7$. Le groupe $\mathfrak{S}_7$ possède au total 7 786 800 bases. Soit S, T une base quelconque du groupe $\mathfrak{S}_7$ et soit R une substitution quelconque de $\mathfrak{S}_7$. Les deux substitutions RSR^{-1} et RTR^{-1} constituent également une base de $\mathfrak{S}_7$, base que nous appelons *transformée de la base* S, T par la substitution R. Le groupe $\mathfrak{S}_7$ possède des bases de deux espèces. Toute base de *première espèce* possède 5 040 transformées distinctes au moyen des substitutions de $\mathfrak{S}_7$, alors que toute base de *seconde espèce* ne possède que 2520 transformées distinctes au moyen des substitutions de $\mathfrak{S}_7$. Le groups $\mathfrak{S}_7$ possède 7 630 560 bases de première espèce et 156 240 bases de seconde espèce.

Deux bases de $\mathfrak{S}_7$ sont *indépendantes* si aucune d'elles n'est la transformée de l'autre par une substitution de $\mathfrak{S}_7$. Un ensemble E de bases de $\mathfrak{S}_7$ constitue un *système complet de bases indépendantes de* $\mathfrak{S}_7$ si deux bases quelconques de l'ensemble E sont indépendantes et si, quelle que soit la base S, T de $\mathfrak{S}_7$, il existe une base S′, T′ de $\mathfrak{S}_7$ faisant partie de l'ensemble E et une substitution R de $\mathfrak{S}_7$, telles que la base S, T est la transformée de la base S′, T′ par la substitution R. Tout système complet de bases indépendantes de $\mathfrak{S}_7$ comprend 1576 bases, dont 1514 sont de première espèce et 62 de seconde espèce.

Soit a et b deux entiers tels que $1 \leqq a \leqq 14$, $1 \leqq b \leqq 14$. Nous disons qu'une base S, T du groupe $\mathfrak{S}_7$ est du type (a, b) si la substitution S est du type a et si la substitution T est du type b. Le groupe $\mathfrak{S}_7$ possède des bases de 60 types qui se répartissent comme suit.

(¹) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1246.

(²) Séance du 22 décembre 1947.

Bases du groupe $\mathfrak{S}_7$.

Type de base du groupe $\mathfrak{S}_7$.	Nombre total des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$.	Nombre total des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$ qui sont de 1re espèce.	Nombre total des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$ qui sont de 2e espèce.	Type de base du groupe $\mathfrak{S}_7$.	Nombre total des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$.	Nombre total des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$ qui sont de 1re espèce.	Nombre total des bases d'un type donné de $\mathfrak{S}_7$ qui sont de 2e espèce.
(1,2).....	594 720	594 720	–	(4,9).....	191 520	191 520	–
(1,4).....	362 880	362 880	–	(4,10)....	95 760	95 760	–
(1,5).....	151 200	151 200	–	(4,11)....	141 120	141 120	–
(1,7).....	302 400	302 400	–	(4,12)....	5 040	5 040	–
(1,9).....	302 400	302 400	–	(4,13)....	40 320	40 320	–
(1,12)....	15 120	15 120	–	(4,14)....	45 360	45 360	–
(1,14)....	70 560	70 560	–	(5,5).....	2 520	–	2 520
(2,2).....	292 320	231 840	60 480	(5,6).....	60 480	60 480	–
(2,3).....	302 400	302 400	–	(5,7).....	85 680	85 680	–
(2,4).....	423 360	423 360	–	(5,9).....	15 120	15 120	–
(2,5).....	100 800	100 800	–	(5,10)....	30 240	30 240	–
(2,6).....	453 600	453 600	–	(5,11)....	30 240	30 240	–
(2,7).....	352 800	352 800	–	(5,14)....	5 040	5 040	–
(2,8).....	25 200	25 200	–	(6,7).....	257 040	257 040	–
(2,9).....	252 000	252 000	–	(6,9).....	151 200	151 200	–
(2,10)....	176 400	176 400	–	(6,14)....	45 360	45 360	–
(2,11)....	181 440	181 440	–	(7,7).....	85 680	45 360	40 320
(2,12)....	5 040	5 040	–	(7,8).....	25 200	25 200	–
(2,13)....	50 400	50 400	–	(7,9).....	161 280	161 280	–
(2,14)....	65 520	65 520	–	(7,10)....	85 680	85 680	–
(3,4).....	241 920	241 920	–	(7,11)....	110 880	110 880	–
(3,5).....	30 240	30 240	–	(7,12)....	5 040	5 040	–
(3,7).....	211 680	211 680	–	(7,13)....	35 280	35 280	–
(3,9).....	90 720	90 720	–	(7,14)....	40 320	40 320	–
(3,14)....	30 240	30 240	–	(9,9).....	22 680	15 120	7 560
(4,4).....	120 960	75 600	45 360	(9,10)....	65 520	65 520	–
(4,5).....	90 720	90 720	–	(9,11)....	70 560	70 560	–
(4,6).....	302 400	302 400	–	(9,14)....	15 120	15 120	–
(4,7).....	211 680	211 680	–	(10,14)....	15 120	15 120	–
(4,8).....	25 200	25 200	–	(11,14)....	10 080	10 080	–

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un type d'équations intégrales résolubles par le calcul symbolique.* Note ([1]) de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons signalé dans une Note antérieure ([2]) que le calcul symbolique se prêtait aisément à la résolution d'équations de Fredholm de première espèce dont le noyau avait une transformée de Laplace de la forme $\rho(p)e^{-x\psi(p)}$.

([1]) Séance du 24 novembre 1947.

([2]) *Comptes Rendus*, 220, 1945, p. 870.

Nous nous proposons de montrer que la méthode opérationnelle permet également d'étudier des équations de seconde espèce dont le noyau a une image de la forme précitée.

Soit l'équation de seconde espèce

$$(1) \qquad f(t)+\lambda\int_0^{\infty} K(t, x) f(x)\, dx = g(t),$$

où $K(t, x) \supset \rho(p)\, e^{-x\psi(p)}$.

En posant $f(t) \supset \varphi(p)$, $g(t) \supset \theta(p)$, la transformée de (1) est l'équation fonctionnelle en $\varphi(p)$

$$(2) \qquad \varphi(p)+\lambda\rho(p)\varphi[\psi(p)] = \theta(p).$$

L'original, s'il existe, d'une solution de cette équation sera une solution de l'équation intégrale (1), à condition que les intégrales aient un sens.

La résolution de (2) n'est pas, dans le cas général, plus aisée que celle de (1), cependant, ainsi que nous allons le montrer, il est des cas où le problème peut être résolu assez facilement : *celui où $\rho(p)$ étant quelconque, $\psi(p)$ est telle que sa seconde itérée redonne la variable : $\psi[\psi(p)] = p$.*

Dans ces conditions, il apparaît, en effet, que l'équation fonctionnelle (2) admet la solution

$$\varphi(p) = \frac{\theta(p)-\lambda\rho(p)\theta[\psi(p)]}{1-\lambda^2\rho(p)\rho[\psi(p)]},$$

à condition que l'expression qui figure au dénominateur soit différente de zéro [de la considération de cette dernière on peut déduire les valeurs caractéristiques de l'équation (1)].

Cela étant, la solution de (1) est donnée par l'intégrale complexe

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_C e^{pt}\frac{\theta(p)-\lambda\rho(p)\theta[\psi(p)]}{1-\lambda^2\rho(p)\rho[\psi(p)]}\, dp,$$

C étant un contour de Bromwich approprié.

Application. — Parmi les fonctions $\psi(p)$ qui jouissent de la propriété précédente, nous pouvons signaler les suivantes : $1/p$, $a-p$, $p/(ap-1)$, ...(a = const.).

Donnons un exemple; soit l'équation

$$f(t)+\lambda\int_0^{\infty} t^{\frac{\nu}{2}} x^{-\frac{\nu}{2}} J_\nu(2\sqrt{tx}) f(x)\, dx = g(t).$$

Puisque

$$t^{\frac{\nu}{2}} x^{-\frac{\nu}{2}} J_\nu(2\sqrt{tx}) \supset \frac{1}{p^{\nu+1}} e^{-\frac{x}{p}} \qquad \left[R(\nu) > -\frac{1}{2}\right],$$

l'équation fonctionnelle adjointe prend la forme

$$\varphi(p)+\frac{\lambda}{p^{\nu+1}}\varphi\left(\frac{1}{p}\right) = \theta(p),$$

et sa solution est

$$\varphi(p) = \frac{1}{1-\lambda^2}\left[\theta(p)-\frac{\lambda}{p^{\nu+1}}\theta\left(\frac{1}{p}\right)\right].$$

Ainsi la solution de la proposée s'écrit

$$f(t)=\frac{1}{1-\lambda^2}\left[g(t)-\lambda\int_0^\infty t^{\frac{\nu}{2}}x^{-\frac{\nu}{2}}J_\nu(2\sqrt{tx})\,g(x)\,dx\right],$$

à condition que λ soit différent de ± 1.

On montrerait de même que l'équation

$$f\left(\frac{mt}{2}\right)-\lambda\int_0^\infty {\sin \atop \cos}(mtx)\,f(x)\,dx=g(t)$$

admet la solution.

$$f(t)=\frac{1}{1-\lambda^2\frac{\pi}{4}}\left[g\left(\frac{2t}{m}\right)+\lambda\int_0^\infty {\sin \atop \cos}(2tx)\,g\left(\frac{2x}{m}\right)dx\right]\qquad \text{avec}\quad \lambda\neq\pm\frac{2}{\sqrt{\pi}}.$$

Généralisation. — La méthode générale indiquée au début de cette Note ramène également la résolution d'équations de la forme

$$f^{[n]}(t)+\lambda\int_0^\infty K(t,x)\,f(x)\,dx=g(t)\qquad (n \text{ entier} > 0),$$

$$\int_0^t\cdots\int_0^t f(x)\,(dx)^n+\lambda\int_0^\infty K(t,x)\,f(x)\,dx=g(t)\qquad (n \text{ entier} > 0),$$

où $K(t,x)\supset\rho(p)\,e^{-x\psi(p)}$, à celle d'équations fonctionnelles et dans le cas où la seconde itérée de $\psi(p)$ redonne la variable, le problème peut encore être résolu complètement par le calcul symbolique.

Remarque. — Il est à noter que si la fonction $\psi(p)$ est une fonction périodique d'ordre n, c'est-à-dire telle que son itérée d'ordre n redonne la variable, la résolution des équations du type (1) ou des types précédents est également facile par le calcul symbolique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le calcul symbolique à deux variables et ses applications.* Note de M. **Ion Cârstoiu**, présentée par M. Henri Villat.

1. L'idée de constituer un calcul symbolique à deux variables remonte assez loin; on en trouve des traces dans Cauchy. Mais, c'est à M. Pierre Humbert (1), qu'on doit un essai d'organisation systématique de ce calcul. Dans une Note récente, M. L. Poli (2) souligne les difficultés qu'on y rencontre, non seulement parce que le domaine d'intégration est infini, mais encore parce que la continuité fait défaut.

Dans cette Note, je me propose de montrer, sur un exemple simple, les

---

(1) *Ann. Soc. Sc. Bruxelles*, série A, 56, 1936, p. 26.

(2) *La Revue Scientifique*, 85e année, X, 1947, p. 616.

difficultés qui surgissent quant à son application à la résolution des équations aux dérivées partielles.

2. On définit la correspondance à deux variables

$$f(x, t) \supset\supset \varphi(p, q),$$

par l'intégrale

$$\varphi(p, q) = pq \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-px-qt} f(x, t)\, dx\, dt. \tag{1}$$

On a aussitôt

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial f}{\partial t} \supset\supset q\varphi(p, q) - pq \int_0^\infty e^{-px} f(x, 0)\, dx, \\ &\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \supset\supset p^2\varphi(p, q) - p^2 q \int_0^\infty e^{-qt} f(0, t)\, dt - pq \int_0^\infty e^{-qt} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{x=0} dt, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Supposons $\varphi(p, q)$ holomorphe dans les deux demi-plans $\mathcal{R}(p) > \alpha > 0$, $\mathcal{R}(q) > \beta > 0$. Écrivons

$$\varphi(p, q) = q \int_0^\infty e^{-qt} \varphi_1(p, t)\, dt, \tag{3}$$

avec

$$\varphi_1(p, t) = p \int_0^\infty e^{-px} f(x, t)\, dx. \tag{4}$$

D'après le théorème de Mellin, on a

$$f(x, t) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\mathcal{B}_r} e^{px} \frac{\varphi_1(p, t)}{p}\, dp. \tag{5}$$

D'autre part, (3) donne, par application du même théorème,

$$\varphi_1(p, t) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\mathcal{B}'_r} e^{qt} \frac{\varphi(p, q)}{q}\, dq. \tag{6}$$

D'où

$$\boxed{f(x, t) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{\mathcal{B}_r} \int_{\mathcal{B}'_r} e^{px+qt} \frac{\varphi(p, q)}{pq}\, dp\, dq} \qquad (x > 0,\ t > 0), \tag{7}$$

à condition que l'intégrale du second membre ait un sens. Cette formule semble nouvelle.

3. Pour en faire une application, considérons l'équation de la chaleur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \tag{8}$$

avec les conditions

$$u(x, 0) = 0, \quad (x > 0); \quad u(0, t) = \mathrm{U}(t), \quad (t > 0). \tag{9}$$

Posons

$$u(x, t) \supset \supset \varphi(p, q), \qquad U(t) \supset \Omega(q).$$

Pour avoir l'image de $\partial^2 u/\partial x^2$, il faut connaître encore $(\partial u/\partial x)_{x=0}$. C'est ici qu'intervient la difficulté de l'application du calcul symbolique à deux variables; les données aux limites et initiales ne sont généralement pas suffisantes pour transformer les équations à étudier en équations algébriques. Dans le cas envisagé, on peut lever cette difficulté de la manière suivante. Soit

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} \supset \Theta(q),$$

fonction à priori inconnue. Alors, la forme symbolique de (8) s'écrit

$$(10) \qquad (\nu p^2 - q)\varphi(p, q) = \nu p[p\Omega(q) + \Theta(q)].$$

Pour que $\varphi(p, q)$ soit holomorphe dans le demi-plan $\mathcal{R}(p) > 0$, *il faut nous débarrasser du pôle* $p = +\left(\sqrt{q/\nu}\right)$. On y parvient en prenant

$$(11) \qquad \Theta(q) = -\sqrt{\frac{q}{\nu}}\,\Omega(q),$$

et alors, on a simplement,

$$(12) \qquad u(x, t) = \frac{1}{2i\pi}\int_{\mathcal{B}'_r} e^{qt} e^{-\sqrt{\frac{q}{\nu}}x} \frac{\Omega(q)}{q}\,dq,$$

c'est-à-dire, vu la correspondance

$$(13) \qquad \frac{x}{2\sqrt{\pi\nu}} \frac{e^{-\frac{x^2}{4\nu t}}}{t^{\frac{3}{2}}} \supset q\, e^{-\sqrt{\frac{q}{\nu}}x}, \qquad (x > 0),$$

et en tenant compte de la formule du produit, il vient

$$(14) \qquad u(x, t) = \frac{x}{2\sqrt{\pi\nu}} \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4\nu(t-\tau)}}}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}} U(\tau)\,d\tau,$$

qui est bien la solution cherchée ([3]).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quasi-analyticité générale et théorèmes du type Phragmén-Lindelöf.* Note ([1]) de MM. **Szolem Mandelbrojt** et **Norbert Wiener**, présentée par M. Paul Montel.

Comme dans une Note précédente ([2]), $f(x)$ désigne une fonction indéfiniment dérivable sur $I(x \geq 0)$, avec

$$(A) \qquad \begin{cases} m_n = \overline{\underset{x\geq 0}{\text{borne}}}\,|f^{(n)}(x)| < \infty & (n \geq 0), \\ f^{(2n)}(0) = 0, \qquad f^{(2p_n+1)}(0) = 0 & (n \geq 0,\ x \geq 1), \end{cases}$$

([3]) Cf. Henri Villat, *Mécanique des fluides*, 2e éd., 1938, p. 175.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) S. Mandelbrojt et N. Wiener, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 978.

où $\{p_n\}$ désigne une suite d'entiers non négatifs. Les fonctions $g(x)=f(x)/x$ et $H(\omega)$ [transformée de Fourier de $g(x)$], vérifient, comme on l'a vu, les relations suivantes :

$$\int_0^\infty |H(\omega)|^2 \omega^{2\nu} d\omega = \int_0^\infty |g^{(\nu)}(t)|^2 dt \leqq C^\nu \overline{m}_{\nu+1}^2,$$

où $\overline{m}_n = \overline{m}(n)$, $\log \overline{m}(x)$ étant l'ordonnée du polygone de Newton des points $(n, \log m_n)$, si $\lim(\log m_n/n)=\infty$, et $\log \overline{m}(n) = \underline{\lim}(\log m_n/n) = c$, si c est fini. Nous avons aussi introduit la fonction

$$F(z) = \int_0^\infty H(\omega)\, e^{z \log \omega} d\omega,$$

avec $\log\omega$ réel ($\omega > 0$). On a vu que $F(2p_n) = 0$.

Soit maintenant $A(z)$, une fonction méromorphe pour $\mathcal{R}z > 0$ admettant comme seuls pôles, supposés simples, les points $z = 2p_n (n \geqq 1)$. La fonction

$$\Psi(z) = F(z)\, A(z)$$

est holomorphe dans le demi-plan $x = \mathcal{R}z > 0$. Comme on a, pour x assez grand,

$$|F(z)| \leqq \left| \int_0^1 H(\omega)\omega^z d\omega \right| + \left| \int_1^\infty H(\omega)\omega^z d\omega \right|$$

$$\leqq \left[\int_0^1 |H(\omega)|^2 \omega^{2[x]} d\omega \right]^{\frac{1}{2}} + \left[\int_1^\infty |H(\omega)|^2 \omega^{2[x+2]} d\omega \right]^{\frac{1}{2}},$$

on voit que $|F(z)| \leqq C^x \overline{m}(x+2)$, et

$$\int_{-\infty}^\infty |\Psi(x+iy)|^2 dy \leqq C_1^{2x} (\overline{m}(x+2))^2 \int_{-\infty}^\infty |A(x+iy)|^2 dy, \tag{1}$$

où C_1 désigne une constante. On en déduit le :

Théorème. — *Si $f(x)$ est une fonction non identiquement nulle sur I, satisfaisant aux relations (A), et $A(z)$, une fonction méromorphe pour $\mathcal{R}z > 0$, admettant comme pôles simples les points $2p_n (n \geqq 1)$ et bornée dans chaque région*

$$\alpha \leqq \mathcal{R}z \leqq \beta \qquad (0 < \alpha \leqq \mathcal{R}z \leqq \beta),$$
$$|z - 2p_n| \geqq \varepsilon \qquad (\varepsilon > 0,\ n \geqq 1),$$

on a l'inégalité

$$\underline{\lim}_{x=\infty} \frac{\log\left[(\overline{m}(x+2))^2 \int_{-\infty}^\infty |A(x+iy)|^2 dy \right]}{x} > -\infty. \tag{2}$$

En effet, $\Psi(z)$ est holomorphe et bornée pour $\alpha \leqq \mathcal{R}z \leqq \beta$. Si α et β sont tels que

$$\int_{-\infty}^\infty |A(\alpha+iy)|^2 dy < \infty, \quad \int_{-\infty}^\infty |A(\beta+iy)|^2 dy < \infty,$$

on a, d'après Paley et Wiener ([3]),

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x+iy)|^2 dy < \infty \qquad (\alpha \leq x \leq \beta).$$

Il existe donc, d'après Paley et Wiener ([4]), une fonction $\varphi(t)$ telle que

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 e^{2\alpha t} dt < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 e^{2\beta t} dt < \infty,$$

$$\Psi(x+iy) = \underset{B\to\infty}{\text{l.i.m.}} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-B}^{B} \varphi(t)\, e^{t(x+iy)}\, dt \qquad (\alpha \leq x \leq \beta).$$

D'ailleurs, α étant fixe, $\varphi(t)$ est indépendante de β.

Il résulte alors de (1) que, si (2) n'avait pas lieu, on aurait eu

$$\varliminf_{x=\infty} \frac{\log \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 e^{2tx} dt}{x} = -\infty;$$

cela prouverait que $\varphi(t) \equiv 0$, c'est-à-dire $\Psi(z) \equiv 0$ et $f(x) \equiv 0$, contrairement aux hypothèses.

Le théorème établi est du genre de ceux de S. Mandelbrojt ([5]); il permet de démontrer que $f(x) \equiv 0$ s'il existe une certaine relation entre les m_n et p_n. Mais, en utilisant un autre théorème de Mandelbrojt ([6]), *presque* réciproque du théorème cité, on voit que notre résultat donne aussi des conditions d'existence d'une fonction méromorphe, de pôles donnés, dont l'ordre de grandeur est déterminé sur les droites $\mathcal{R} z =$ const. > 0.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques applications de la topologie de R.-S. Martin dans la théorie des fonctions harmoniques.* Note de M. **Marcel Brelot**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit dans l'espace (à $\tau \geq 2$ dim.) $\overline{R_\tau}$ (compact avec un point à l'infini) ([1]) un domaine Ω de complémentaire non polaire (par exemple Ω borné). Introduisons sur Ω la structure uniforme la moins fine $\mathfrak{S}$ rendant $K(M, P) = G(M, P)/G(M, P_0)$ (P_0 fixé dans Ω), pour chaque $P \in \Omega$, uniformément continue en $M \in \Omega$ [en prenant toutefois la structure uniforme de la droite numérique achevée ([2])]. $\mathfrak{S}$, indépendante de P_0, est la structure uniforme

---

([3]) *Fourier transforms in the complex plane*, New-York, 1934 (p. 9, théorème VI).

([4]) *Loc. cit.*, p. 7, théorème IV.

([5]) *Ann. Éc. Norm. sup.*, 53, IV, p. 369.

([6]) *Loc. cit.*, p. 373.

([1]) Voir mon article des *Ann. Éc. Norm. sup.*, 61, 1944, p. 301-332.

([2]) Et en définissant K par les conventions ordinaires pour les cas d'indétermination, et la prenant égale à 1 lorsque M, P, P_0 sont confondus.

de la métrique de R.-S. Martin (³) et l'on distinguera les éléments topologiques correspondants par l'indice ou affixe $\mathfrak{M}$. La complétion donne une $\mathfrak{M}$-frontière Δ d'ailleurs $\mathfrak{M}$-compacte. La convergence-$\mathfrak{M}$ d'une suite de points $M_n \in \Omega$ vers un $\mathfrak{M}$-point M_0 de Δ équivaut à la convergence de $K(M_n, P)$ vers une fonction harmonique, notée $K(M_0, P)$. Rappelons que les fonctions harmoniques ≥ 0 dans Ω sont les fonctions $\int K(M, P)\, d\mu_M$ $(M \in \Delta)$, où μ est une mesure ≥ 0 de Radon sur Δ. De plus, Martin appelle *minimale* toute fonction harmonique $u > 0$ dans Ω telle que toute autre, minorante, lui soit proportionnelle. Il montre que les fonctions minimales sont à un facteur près, les $K(M, P)$ pour certains points M de Δ dits minimaux; et il existe un μ et un seul de la représentation de $u > 0$ qui ne charge que l'ensemble Δ_1 des points minimaux (d'ailleurs intersection dénombrable d'ouverts).

2. A partir de là et de quelques autres résultats de Martin sur les fonctions minimales, j'ai pu en prolonger l'étude et en tirer entre autres la forme générale suivante du principe des singularités positives :

Définition. — Une fonction harmonique u dans Ω sera dite $\mathfrak{M}$-associée à zéro au $\mathfrak{M}$-point-frontière M_0 s'il existe un $\mathfrak{M}$-voisinage ouvert δ de M_0 pour lequel $u(M) = H_\varphi^{\delta \cap \Omega}(M)$ $(M \in \delta)$ où, relativement à cette fonction de Wiener, φ vaut u dans Ω et o ailleurs. La propriété vaudra alors pour les voisinages ouverts contenus.

THÉORÈME 1. — *Les fonctions harmoniques* > 0 *dans* Ω, $\mathfrak{M}$*-associées à zéro en tout point minimal* $\neq M_0 \in \Delta$ *n'existent que si* M_0 *est minimal et sont alors les fonctions* $\alpha . K(M_0, P)$ $(\alpha < 0)$ (*qui sont d'ailleurs associées à zéro en tout point de* Δ *autre que* M_0).

3. La structure $\mathfrak{S}$, qui est la structure euclidienne si la frontière est assez régulière et dans le cas plan simplement connexe, celle des bouts premiers, paraît en général difficile à comparer aux structures courantes : elle peut, comme le montre un vieil exemple de M. Bouligand, « décomposer » un point-frontière « ramifié »; elle peut aussi en « accoler » plusieurs même dans le plan. Cette nouveauté d'allure peut en compensation être précieuse. Telle est son utilité pour étendre comme suit les théorèmes d'existence et unicité de Cauchy relatifs à $\Delta u = 0$ et à la donnée de la fonction et de la dérivée normale :

THÉORÈME 2. — *Soient dans* Ω *un compact* α, u *harmonique dans* $\Omega - \alpha$, *bornée au voisinage de tout point-frontière de* Ω, *et s'y annulant s'il est régulier. Alors* $u/G(M, P_0)$ *admet en tout point* $M_0 \in \Delta$ *une* $\mathfrak{M}$*-limite finie continue* (*dite pente*) *quand* M *tend-*$\mathfrak{M}$ *vers* M_0 *et cette limite est d'ailleurs* > 0 *si* $u > 0$.

Si tout domaine composant de C_α *contient un point extérieur à* Ω *et si* $u/G \to 0$ *avec* G *ou même seulement si la pente de* u *est nulle en tout point minimal,* $\mathfrak{M}$*-limite d'une suite* M_n *pour laquelle* $G(M_n, P_0) \to 0$, *alors* $u = 0$.

(³) *Transact. amer. Math. Soc.*, 49, 1941, p. 137-172

THÉORÈME 3. — *Soit dans Ω un compact α d'intérieur non vide ou plus généralement un ensemble β dans Ω, tel que toute fonction harmonique dans Ω et nulle sur β soit partout nulle. Alors, étant donnée une fonction finie continue $\psi(M)$ sur la $\mathfrak{M}$-frontière Δ de Ω, on peut trouver une fonction harmonique dans $\Omega - \alpha$, bornée au voisinage de tout point-frontière de Ω et s'y annulant s'il est régulier, ou même plus précisément une combinaison finie* $\sum_1^p \lambda_i G_\Omega(M, P_i)(P_i \in \beta)$, *telle enfin que sa pente (relative à P_0 fixé) en M sur Δ approche $\psi(M)$ sur tout ensemble fixé compact de points minimaux à ε donné arbitraire près.*

Cette approximation n'est d'ailleurs pas *stable* comme le montre l'exemple suivant : en prenant une couronne circulaire (ou sphérique) ω et un point P_0 convenable intérieur, on peut trouver une fonction harmonique dans ω, s'annulant sur la circonférence (sphère) extérieure avec une dérivée normale arbitrairement petite, et prenant en P_0 une valeur arbitrairement grande.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Extension analytique d'un calcul de la fonction de probabilité de moyennes correspondant à une probabilité négative.* Note [1] de M. **JACQUES MAURIN**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. La substitution, dans les équations (1) donnant la fonction de probabilité $F'_p(X_p)$ de la moyenne X_p des variables aléatoires $x_1 \ldots x_i \ldots x_p$ de p objets prélevés dans la même collection indéfinie en fonction de la fonction de probabilité $f'(x)$ de ces variables, de la fonction

$$f'(x_i) = \frac{\varphi(x_i)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)} dx = \frac{\varphi(x_i)}{C},$$

donne les équations suivantes, (4) étant obtenu par intégration de (3)

$$(1) \qquad \Phi_p(X_p) = p^{(p-1)} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{i=1}^{p-1} [\varphi(x_i)]\, \varphi\left[pX_p - \sum_{i=1}^{p-1} x_i\right] \prod_{i=1}^{p-1} [dx_i],$$

$$(2) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_p(X_p)\, dX_p = C^p,$$

$$(3) \qquad \Phi_{\sum_{l=1}^{q} p_l}\left(X_{\sum_{l=1}^{q} p_l}\right) = \frac{\sum_{l=p}^{q} p_l}{p_q}^{(q-1)} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{l=1}^{q-1} [\Phi_{p_l}(X_{p_l})] \times \Phi_{p_q}\left[\frac{\left(\sum_{l=1}^{q} p_l\right) X_{\sum_{l=1}^{q} p_l} - \sum_{l=1}^{q-1} p_l X_{p_l}}{p_q}\right] \prod_{l=1}^{q-1} [dX_{p_q}],$$

(1) Séance du 22 décembre 1947.

$$(4)\quad \overset{(q)}{\int_{-\infty}^{+\infty}} \prod_{l=1}^{q-1} [\Phi_{p_l}(X_{p_l})]\, \Phi_{p_q}\left[\frac{\left(\sum_{l=1}^{q} p_l\right) X_{\sum_{l=1}^{q} p_l} - \sum_{l=1}^{q-1} p_l X_{p_l}}{p_q}\right] \prod_{l=1}^{q-1} [dX_{p_l}]\, dX_{\sum_{l=1}^{q} p_l} = p_q \frac{C_q^{\sum_{l=1}^{q} p_l}}{\sum_{l=1}^{q} p_l}.$$

$\overset{(p-1)}{\int_{-\infty}^{+\infty}} =$ intégrale $(p-1)$ — uple de $-\infty$ à $+\infty$.

$\varphi(x) =$ fonction génératrice.

$\prod_{i=1}^{p-1} [\varphi(x_i)] = \varphi(x_1)\ldots\varphi(x_i)\ldots\varphi(x_{p-1})$.

$\Phi_p(X_p) =$ fonction engendrée de rang p.

Ces équations proviennent en définitive d'équations probabilistes ([2]) qui, données par l'analyse combinatoire, s'accommodent de valeurs négatives ou discontinues des $f'(x)$. Elles subsistent donc pour des fonctions génératrices $\varphi(x)$ négatives ou discontinues; aux seules conditions que leur intégrale définie totale ait une valeur déterminée, et que leur univocité en x soit définie.

Soit ainsi $\varphi(x)$ nul hors de l'intervalle (a, b); alors $\Phi_p(X_p)$ prend, d'après une particularisation de (8), les valeurs suivantes

$$\begin{aligned}
&X_p < a \text{ ou } b < X_p, && \Phi_p(X_p) = 0,\\
&a < X_p < \frac{a+b}{p}, && \Phi_p(X_p) = p\int_a^{pX_p - a} \Phi_{p-1}(X_{p-1})\,\varphi[pX_p - (p-1)X_{p-1}]\,dX_p,\\
&\frac{a+b}{2} < X_p < b, && \Phi_p(X_p) = p\int_{pX_p - b}^{b} \Phi_{p-1}(X_{p-1})\,\varphi[pX_p - (p-1)X_{p-1}]\,dX_p.
\end{aligned}$$

Si, par exemple, $\varphi(x) = x$ dans (a, b), quels que soient les signes de a et b,

$$\begin{aligned}
&X_2 < a \text{ ou } b < X_2, && \Phi_2(X_2) = 0,\\
&a < X_2 < \frac{a+b}{2}, && \Phi_2(X_2) = 2\left[\frac{4}{3}X_2^3 - 2a^2X_2 + \frac{2}{3}a^3\right],\\
&\frac{a+b}{2} < X_2 < b, && \Phi_2(X_2) = 2\left[-\frac{4}{3}X_2^3 + 2b^2X_2 - \frac{2}{3}b^3\right].
\end{aligned}$$

On a bien

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_2(X_2) = \left(\frac{a^2 - b^2}{2}\right)^2 = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)\,dx\right)^2.$$

2. Toute relation générale entre moments de fonctions de probabilité de moyennes ([3]) est transposable à toute fonction $\varphi(x)$. Par exemple, la variance

---

([2]) J. Maurin, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1268.

([2]) E. Borel, *Traité de Calcul des Probabilités* (1937), I, III; M. Fréchet, *Généralités sur les Probabilités*, 1er liv., Chap. I, p. 3-5.

quadratique

$$(5)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} (X_p - X_N)^2\, \Phi_p(X_p)\, dX_p = \frac{C^{p-1}}{p} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - X_N)^2\, \varphi(x)\, dx.$$

Les équations (1), (2), (3), (4), de type (5), sont une source d'intégrations définies totales.

Si pour prendre un exemple connu $\varphi(x) = e^{-K^2x^2}$, en posant par symétrie $\Phi_p(X_p) = M\, e^{-N^2X_p^2}$, (2) donne alors $M(\sqrt{\pi}/N) = (\sqrt{\pi}/K)^p$ et (5)

$$M\frac{\sqrt{\pi}}{2N} = \frac{1}{p}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^{p-1} \frac{\sqrt{\pi}}{2K^3}, \qquad \text{d'où} \quad \Phi_p(X_p) = \left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^{p-1} \sqrt{p}\, e^{-pK^2X_p^2}.$$

Les équations précitées donnent alors

$$(2)\ \text{intégrée}\qquad {}^{(p)}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-K^2\left[\sum_{i=1}^{p-1} x_i^2 + \left(pX_p - \sum_{i=1}^{p-1} x_i\right)^2\right]} \prod_{i=1}^{p-1} [dx_i]\, dX_p = \frac{1}{p}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^p,$$

$$(3)\qquad {}^{(q)}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-K^2\left[\sum_{i=1}^{q} p_i x_i^2 + \frac{\sum\limits_{i=1} p_i x_i}{P - \sum\limits_{i=1}^{q} p_i}\left(\sum_{i=1}^{q} p_i x_i - 2PX\right)\right]} \prod_{i=1}^{q} [dx^i] = \sqrt{\frac{P - \sum\limits_{i=1}^{q} p_i}{P \prod\limits_{i=1}^{q} p_i}} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^q e^{+\frac{P \prod\limits_{i=1}^{q} p_i}{P - \sum\limits_{i=1}^{q} p_i} K^2X^2}.$$

$$(4)\qquad {}^{(q+1)}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-K^2\left[\sum_{i=1}^{q} p_i x_i^2 + \frac{1}{P - \sum\limits_{i=1}^{q} p_i}\left(PX - \sum_{i=1}^{q} p_i x_i\right)^2\right]} \prod_{i=1}^{q} [dx_i]\, dX = \frac{1}{P}\sqrt{\frac{P - \sum\limits_{i=1}^{q} p_i}{\prod\limits_{i=1}^{q} p_i}} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{K}\right)^{q+1}.$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Chaînes doubles de Markoff et fonctions aléatoires de deux variables.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit, dans un plan, un quadrillage Q de côté τ. A chaque sommet $(h\tau, k\tau)$, associons une variable aléatoire $X_{h,k}$. Nous dirons que ces variables forment une *chaîne double de Markoff* si, pour toute ligne L composée de côtés de Q et divisant le plan en deux régions S et S′, quand on suppose connus les $X_{h,k}$ associés aux sommets de Q situés sur L, ceux qui correspondent à des points de S deviennent dans leur ensemble indépendants de ceux qui correspondent à des points de S′. Pour τ infiniment petit, L devenant une ligne continue quelconque, on définit de même un *processus stochastique double de Markoff*.

Considérons une chaîne double, à la fois laplacienne et stationnaire, donc

bien définie par les moments

$$E\{X_{h,k}X_{h',k'}\} = E_{p,q} \qquad (p = h' - h,\ q = k' - k).$$

Supposons tous les $\{E_{p,q}\}$ autres que $E_{0,0} = \sigma^2$ inférieurs à σ^2. Alors : *la condition nécessaire et suffisante pour que la chaîne considérée soit de Markoff est qu'il y ait entre les* $E_{p,q}$ *une relation de la forme*

$$(1) \quad \begin{aligned} E_{p,q} = {} & \alpha(E_{p-1,q} + E_{p+1,q}) + \beta(E_{p,q-1} + E_{p,q+1}) \\ & + \gamma(E_{p-1,q-1} + E_{p+1,q+1}) + \delta(E_{p-1,q+1} + E_{p+1,q-1}) + \theta_{p,q}, \end{aligned}$$

où $\theta_{0,0} = c > 0$, *tous les autres* $\theta_{p,q}$ *étant nuls.* Si l'on pose alors

$$(2) \qquad f(x, y) = \Sigma E_{p,q} \exp[i(px + qy)],$$

cette série est convergente, sauf dans un cas dégénéré, et il vient

$$(3) \qquad f(x, y) = \frac{c}{\{1 - 2[\alpha\cos x + \beta\cos y + \gamma\cos(x + y) + \delta\cos(x - y)]\}},$$

$$(4) \qquad E_{p,q} = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{+\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} f(x, y)\exp[-i(px + qy)]\,dx\,dy.$$

Il faut d'ailleurs imposer aux coefficients α, β, γ, δ la condition que $f(x, y)$ soit positif et borné. Ainsi, s'ils sont non négatifs, il faut et il suffit que leur somme soit $< 1/2$.

Ces résultats s'étendent aux chaînes multiples d'ordres quelconques, et aussi au cas où h est défini mod N et où k est défini mod N′, de sorte qu'il n'y a que NN′ variables $X_{h,k}$ distinctes. Alors, au lieu de la fonction $f(x, y)$, il faut introduire les NN′ coefficients

$$(5) \quad A_{h,k} = \Sigma E_{p,q}\exp\left[2\pi i\left(\frac{ph}{N} + \frac{qk}{N'}\right)\right] \qquad (p = 1, 2, \ldots, N;\ q = 1, 2, \ldots, N').$$

2. Cherchons maintenant, en faisant tendre τ vers zéro, à définir un processus double de Markoff. Si, par exemple,

$$\gamma = \delta = 0, \quad \alpha = \beta, \quad 1 - 4\alpha = \frac{\tau^2}{4},$$

si c est constant, et si $p\tau$ et $q\tau$ tendent vers des limites x et y, $E_{p,q}$ tend vers une limite $u(x, y)$ bien déterminée, solution de l'équation

$$\Delta u = \lambda u,$$

mais infinie à l'origine. En faisant tendre au contraire c vers zéro, de manière que $E_{0,0}$ reste égal à l'unité, on obtient une fonction limite $u(x, y)$ nulle en tout point autre que l'origine; on n'obtient donc qu'un processus dégénéré dans lequel chaque détermination de la f. al. $X(x, y)$ est absolument indépendante des autres.

En modifiant la relation entre α et τ, on peut obtenir une f. al. de la forme $\xi\cos\varphi + X_1(x, y)\sin\varphi$, X_1 étant du type précédent, et ξ une var. al.

indépendante des valeurs de X_1; φ est une constante, et le coefficient de corrélation entre les valeurs de $X(x, y)$ en deux points distincts est $\cos^2\varphi$. En supposant, au contraire, $\beta=\gamma=\delta=0$, $1-2\alpha=\tau^2$, on obtient un processus qui, en fonction de x seul, est de Markoff; si $y_1\neq y_2$, $X(x, y_1)$ et $X(x, y_2)$ sont deux f. al. de x indépendantes l'une de l'autre. Dans tous les cas où l'on obtient ainsi une f. al. de x et y, laplacienne, stationnaire et de Markoff, la probabilité qu'elle soit continue à la fois en x et en y, est nulle. C'est un processus dégénéré.

Plus généralement, sans se borner aux processus laplaciens et stationnaires, on définit aisément deux types de processus de Markoff à deux (ou plus de deux) paramètres. Dans le premier, qui comprend tous les exemples qui précèdent, la corrélation entre les valeurs de la fonction en deux points voisins est trop faible pour assurer la continuité de cette fonction, sauf peut-être si l'on se déplace sur certaines courbes privilégiées. Dans le second, les déterminations possibles pour la fonction dépendent d'un nombre, fini ou non, de paramètres de telle manière que la donnée de cette fonction sur une ligne (ou surface) L la détermine entièrement (1). Ces deux types peuvent être considérés comme dégénérés, et *il semble qu'il n'en existe pas d'autre*. C'est une hypothèse que l'étude du mouvement brownien à plusieurs paramètres nous a déjà conduit à formuler sous une forme un peu moins précise (2).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une loi de probabilité* a priori *des paramètres d'une loi laplacienne*. Note de M. **Edgar Baticle**, présentée par M. Émile Borel.

Soit une variable aléatoire dépendant de la loi de Laplace $h/\sqrt{\pi}\,e^{-h^2(x-\alpha)^2}$ dont les paramètres sont α (valeur centrale) et h (module de précision). Si l'on se propose de rechercher la loi de probabilité du couple (α, h) à partir des résultats d'une série de mesures, on est amené à appliquer le théorème de Bayes et, pour cela, à se donner une loi de probabilité *a priori* du couple.

On a souvent fait l'hypothèse d'une répartition uniforme de chacun des paramètres (hypothèse $d\alpha\, dh$); mais elle a donné lieu à de nombreuses critiques.

On sait d'ailleurs que les statisticiens de l'École anglaise ont tenté de s'affranchir du théorème de Bayes, en se plaçant à un point de vue différent du précédent, celui de la recherche de la meilleure *estimation* des paramètres.

---

(1) Il existe d'ailleurs des processus pour lesquels cette condition cesse d'être vérifiée pour certaines lignes L, sur lesquelles X est indépendant d'un des paramètres. Alors la condition qui définit les processus de Markoff cesse aussi d'être vérifiée pour ces lignes.

(2) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 420-422. Voir aussi notre Communication au Congrès de l'A. F. A. S., Paris, octobre 1945.

Mais certains auteurs, étant donné le très grand intérêt de la connaissance de la loi de probabilité *a posteriori* des paramètres ont proposé d'autres lois de probabilité *a priori* que la loi $d\alpha\, dh$. En particulier M. Maurice Dumas [*Mèmorial de l'Artillerie française*, 1937 et *Revue Scientifique*, 1er janvier 1947] a admis, tout en reconnaissant son caractère conventionnel, la loi $d\alpha\, dh/h$, et en a développé les conséquences en montrant qu'elles ne sont pas en contradiction avec les résultats de l'école anglaise.

Le but de la présente Note est de donner une justification de cette loi et de montrer qu'elle répond à l'idée que le choix *a priori* d'un couple (α, h) doit dépendre uniquement du hasard.

On sait que, étant donné deux axes rectangulaires Ox, $O\xi$, si l'on porte en abscisses les mesures x et en ordonnées ξ leur probabilité totale, l'axe des ξ ayant été, à cet effet, gradué suivant les valeurs de la fonction de probabilité totale réduite $(1/\sqrt{\pi})\int_{-\infty}^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi$, les points (x, ξ) représentatifs des diverses valeurs de la variable aléatoire sont situés sur la droite $\xi = h(x-\alpha)$ (droite de Henry), où α peut varier de $-\infty$ à $+\infty$ et h de 0 à $+\infty$. Réciproquement, toute droite du plan ayant une telle équation est représentative d'une série de valeurs d'une variable aléatoire laplacienne, dépendant d'une loi de paramètres α et h.

Il en résulte qu'il est raisonnable d'adopter, comme loi de probabilité *a priori* des paramètres d'une loi de Laplace, la loi de probabilité d'une droite aléatoire du plan (x, ξ) compte tenu des conditions dans lesquelles une telle droite est construite.

Or, la graduation des ξ étant établie une fois pour toutes, il est clair que la loi de probabilité dont dépendent les paramètres α, h doit être la même quelle que soit l'échelle adoptée pour x (et par conséquent pour α), c'est-à-dire qu'une telle loi doit être invariante dans le groupe des dilatations suivant Ox.

Si l'on fait $x = \lambda x'$, $\alpha = \lambda\alpha'$, la droite devient $\xi = \lambda h(x'-\alpha')$. On voit que cette transformation revient à la transformation des paramètres $\alpha' = \alpha$; $h' = \lambda h$. La loi cherchée $\varphi(\alpha, h)\, d\alpha\, dh$ se transforme en $\varphi(\alpha' h')\lambda\, d\alpha\, dh$. On devra donc avoir $\varphi(\alpha, h) = \lambda\varphi(\alpha', h')$ ou $\varphi(\alpha, h) = \lambda\varphi(\alpha, \lambda h)$.

Par suite φ doit être indépendant de α, et l'on aura l'équation fonctionnelle $\varphi(h) = \lambda\,\varphi(\lambda h)$.

En y faisant $h = 1$, on tire $\varphi(1) = \lambda\,\varphi(\lambda)$. D'où, en revenant à la variable h, $\varphi(h) = A/h$, ce qui est bien la loi admise par M. Dumas.

Adoptant cette loi de probabilité *a priori* de α et de h, on aura, pour la probabilité *a posteriori*, d'après les n mesures effectuées $x_1, x_2, \ldots, x_n$,

$$\frac{h^{n-1} e^{-h^2\Phi}\, d\alpha\, dh}{\iint h^{n-1} e^{-h^2\Phi}\, d\alpha\, dh},$$

l'intégrale double étant étendue au domaine $-\infty < \alpha < +\infty$; $0 < h < +\infty$, et Φ représentant la forme quadratique $(x_1-\alpha)^2 + (x_2-\alpha)^2 + \ldots + (x_n-\alpha)^2$.

Les valeurs les plus probables de α et de h résultent des équations

$$\frac{n-1}{h} - 2h\Phi = 0; \qquad \frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} = 0.$$

D'où

$$\alpha = \frac{1}{n}\Sigma x_i; \qquad \Phi = n\sigma'^2; \qquad h^2 = \frac{n-1}{n}\,\frac{1}{2\sigma'^2} \qquad \text{ou} \qquad \sigma^2 = \frac{n}{n-1}\sigma'^2,$$

en appelant σ' l'écart moyen quadratique empirique et σ l'écart moyen quadratique de la loi.

Ces valeurs de α et de σ, considérées couramment comme les *meilleures estimations*, apparaissent ainsi comme les valeurs *les plus probables*.

AÉRODYNAMIQUE. — *Dissipation de l'énergie en turbulence homogène.* Note [1] de M. **Pierre Casal**, présentée par M. Joseph Pérès.

Soit l'écoulement turbulent d'un fluide incompressible.

Hypothèses. — 1° Les composanses u_1, u_2, u_3 de la vitesse $\vec{u}(x_1, x_2, x_3, t)$ sont trois fonctions aléatoires des quatre paramètres x_1, x_2, x_3 et t, continues et dérivables en moyenne quadratique.

2° $\overline{u_i(x_1,x_2,x_3,t)\,u_j(x'_1,x'_2,x'_3,t)} = R_{ij}(y_1,y_2,y_3,t)$ [2] avec $y_i = x'_i - x_i$ $(i=1, 2, 3)$

(Cette condition exprime l'homogénéité de la turbulence.)

Nous allons montrer que, dans ces conditions, *la valeur probable de la dissipation de l'énergie, par unité de volume et pendant l'unité de temps, est proportionnelle à la valeur probable du carré du module du vecteur tourbillon.*

En effet, la fonction du Lord Rayleigh, qui donne cette dissipation d'énergie, peut, pour un fluide incompressible, se mettre sous la forme

$$(1)\quad W = \mu\left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^2\right]$$
$$+ 4\mu\left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\frac{\partial u_2}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_3}\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right) + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\frac{\partial u_3}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right) + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)\right].$$

Le premier crochet est égal au carré du module du vecteur tourbillon.

Nous allons montrer que chacune des parenthèses du second crochet a une espérance mathématique nulle :

La vitesse étant dérivable en moyenne quadratique, on montre facilement que

$$(2)\qquad \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_\alpha}\,\frac{\partial u_j}{\partial x_\beta}} = -\left(\frac{\partial^2 R_{ij}}{\partial y_\alpha\,\partial y_\beta}\right)_{y=0}$$

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) $\overline{f}$ = espérance mathématique ou valeur probable de f.

quels que soient i, j, α et β, et que par conséquent

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_\alpha}\frac{\partial u_j}{\partial x_\beta}} = \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_\beta}\frac{\partial u_j}{\partial x_\alpha}}. \tag{3}$$ C. Q. F. D.

En prenant les valeurs probables des deux membres de (1), il reste donc

$$\overline{W} = \mu\overline{\xi^2}. \tag{4}$$

Cette égalité est vérifiée pour tout élément fluide et non pas seulement, comme il est bien connu, pour l'ensemble d'un fluide (turbulent ou non) limité par des parois solides fixes : on sait, en effet, que dans ce cas particulier

$$\iiint_D W\,dx\,dy\,dz = \iiint_D \mu\xi^2\,dx\,dy\,dz,$$

les autres termes se transforment en intégrales de surface, nulles en raison de l'adhérence aux parois.

L'égalité (4) s'applique en particulier à la turbulence homogène et isotrope étudiée par G. I. Taylor ([3]). Taylor pose, en prenant des *valeurs moyennes temporelles*,

$$\mathfrak{M}\,W = 15\,\mu\,\frac{\mathfrak{M}\,u^2}{\lambda^2}. \tag{5}$$

En admettant vérifié un principe ergodique qui nous permette d'égaler les valeurs moyennes temporelles et les valeurs probables et qui justifie du même coup l'introduction du calcul des probabilités dans le problème de la turbulence, nous voyons que

$$\lambda^2 = 15\,\frac{\overline{u^2}}{\overline{\xi^2}}. \tag{6}$$

Ce coefficient λ, qui a les dimensions d'une longueur, prend alors un sens physique précis en fonction de la vitesse et du tourbillon, alors que Taylor en dit seulement « qu'il peut être regardé comme une mesure du diamètre des plus petits tourbillons provoquant la dissipation de l'énergie ».

On sait que Taylor ([4]), en décomposant l'énergie cinétique de la vitesse de fluctuation en une somme d'énergie dues à des vitesses de fluctuation de fréquences n, définit le spectre de la turbulence isotrope comme étant la fonction de répartition de cette énergie suivant les fréquences et démontre que

$$\lambda = \frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{2\pi n_0},$$

n_0 étant la valeur moyenne quadratique de la fréquence.

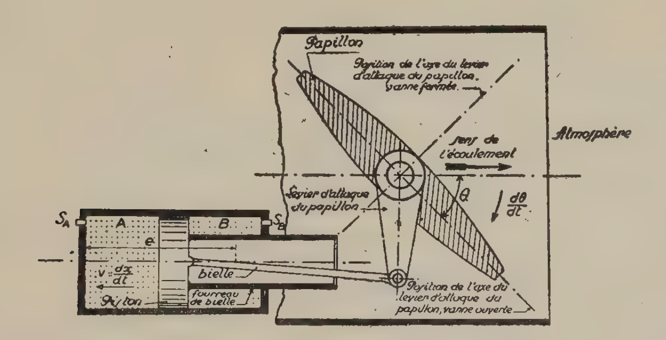
([3]) *Proc. Roy. Soc.*, **151**, 1935, p. 421.
([4]) *Proc. Roy. Soc.*, London, série A, 1938, p. 476.

Nous pouvons dire, par conséquent, que la dissipation par unité de volume est la même que pour un mouvement fictif où la vitesse de fluctuation serait périodique, de période $T = 1/2\pi n_0$, l'amplitude étant égale à $\sqrt{2\overline{u^2}}$; ce qui ne correspond *a priori* à aucune affirmation d'existence des *petits tourbillons* responsables de la dissipation.

Cette dernière remarque, jointe à l'égalité (6), nous montre, n_0 étant proportionnel à $\sqrt{\overline{\xi^2}}$, le rôle que peut jouer l'étude du tourbillon dans le spectre de la turbulence.

HYDRAULIQUE. — *Fermeture d'une vanne papillon* (1) *actionnée par un servo-moteur.* Note (2) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Considérons une vanne papillon, placée à l'extrémité aval d'une conduite forcée et débitant librement dans l'atmosphère, sans contre-pression aval. Nous avons étudié, dans une Note antérieure (1), la surpression qui prendrait naissance, dans le cas où, par suite d'une rupture des organes de commande, la vanne se fermerait spontanément sous l'action du couple hydraulique qui s'exerce sur la lentille. Nous traitons dans la présente Note le problème de la fermeture normale de la vanne, sous l'action d'un servo-moteur, sous la forme où il nous a été posé par les établissements Schneider (*figure*).



Soient à l'instant t, θ, l'angle de position de la lentille et x l'abscisse correspondante d'un point déterminé du piston du servo-moteur, $v = dx/dt$ sa vitesse, $[(\alpha_A/\omega_A)\, v^2]$ et $[(\alpha_B/\omega_B)\, v^2]$ les pertes de charge dues au passage de l'huile dans les orifices S_A et S_B, F_0 la force constante et connue nécessaire pour vaincre les frottements, dans la manœuvre à vide du piston et de la vanne, ω_A et ω_B les surfaces du piston soumises à l'action de la pression de l'huile, dans les chambres respectives A et B, P_0 la pression de l'huile avant son passage dans l'orifice

(1) *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 476-479.

(2) Séance du 22 décembre 1947.

d'admission S_B, m_1 la masse du piston et de sa tige, m_2 celle de la bielle qui, en raison de sa faible inclinaison sur Ox, peut être considérée au point de vue des efforts d'inertie, comme animée de la vitesse v parallèle à Ox, K le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation de l'ensemble des parties tournantes, y la pression dans la conduite au droit de la lentille, y_0 la pression à l'arrêt, P_0 la perte de charge dans le régime permanent initial de débit q_0, $y'_0 = y_0 - P_0$ la valeur correspondante de y, q le débit défini par $y = q^2\lambda(\theta)$, λ étant une fonction déterminée sur modèle réduit; $F = y\sigma(x)$ la force transmise au piston par le couple résultant C_r, obtenu en retranchant le couple de frottement C_f du couple hydraulique de fermeture $C = yf(\theta)$ agissant sur la lentille [les fonctions $\sigma(x)$ et $f(\theta)$ dont l'allure est donnée par les résultats de M. Gaden [3], peuvent être déterminées, dans chaque cas, par des expériences sur modèles réduits], L, S la longueur de la section de la conduite, a, la vitesse de propagation des ondes, $\mu = 2L/a$ la durée d'un aller et retour d'onde d'un bout à l'autre de la conduite.

1° *Méthode de calcul tenant compte de l'inertie.* — En écrivant l'équilibre dynamique du piston, on obtient l'équation aux différences finies :

$$(1)\qquad \Delta v = \frac{p_0\omega_B - F_0 - \left(\alpha_A + \alpha_B + K\dfrac{d\theta}{dx}\dfrac{d^2\theta}{dx^2}\right)v^2 + y\sigma(x)}{m_1 + m_2 + K\left(\dfrac{d\theta}{dx}\right)^2}\,\Delta t.$$

On partage le temps en une série d'intervalles Δt égaux à μ, si la conduite est courte, ou, sinon à un sous-multiple de μ. On considère le $n^{\text{ième}}$ intervalle Δt : soient x_{n-1}, y_{n-1}, v_{n-1} les valeurs, supposées connues de x, y, v, à l'instant t_{n-1}, début de l'intervalle Δt considéré. Pendant l'intervalle Δt, v varie de Δv, donnée par l'équation (1), dans laquelle on remplace x, y, v par x_{n-1}, y_{n-1}, v_{n-1}, en prenant les valeurs de $d\theta/dx$ et $d^2\theta/dx^2$ correspondant à $x = x_{n-1}$. On obtient alors les valeurs : $v_n = v_{n-1} + \Delta v$ et $x_n = x_{n-1} + (v_{n-1} + \Delta v/2)\Delta t$ de v et de x, à l'instant $t_n = t_{n-1} + \Delta t$ et, par suite θ_n.

On remarque alors que le point de fonctionnement (q_n, ξ_n) relatif à l'instant t_n et à l'extrémité aval de la conduite, dans le diagramme classique en (q, ξ) de la méthode tenant compte des pertes de charge doit se trouver :

a. sur la parabole $y_0 + \xi = q_2\lambda(\theta_n)$ qui est entièrement déterminée;

b. sur la parabole déformée des pertes de charge Γ, reposant sur la droite φ qui rencontre, sur l'axe des abscisses, la droite Φ passant par le point associé, dans le diagramme Bergeron, au point de fonctionnement relatif à l'instant $t_n - \mu$, et donc à l'intersection de ces deux lieux.

On connaît donc v_n, $y_n = y_0 + \xi_n$, q_n, θ_n, x_n, et il suffit d'opérer ainsi, de

---

([3]) *Schweizer Bauzeitung*, 21 et 28 mai, 4 juin 1938.

proche en proche, depuis l'instant zéro pour lequel $x = 0$, $y = y'_0$, jusqu'à l'instant final qui correspond à $x = e$, course totale du piston.

2° *Variante applicable lorsque l'inertie est négligeable.* — Généralement la lenteur du mouvement rend négligeable les termes d'inertie. La méthode reste calquée sur la précédente, dans ses grandes lignes : toutefois, l'équation (I) est remplacée par la suivante :

$$v = \sqrt{\frac{y\sigma(x) + p_0\omega_B - F_0}{\alpha_A + \alpha_B}}. \tag{II}$$

Partant de x_{n-1} et y_{n-1} supposés connus, on calcule v_{n-1} au moyen de (II) et l'on en déduit

$$\Delta x = v_{n-1}\,\Delta t \qquad \text{et} \qquad x_n = x_{n-1} + \Delta x.$$

A cette variante près, le calcul s'effectue comme dans le cas précédent.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Approximation de l'optique géométrique en théorie du corpuscule de spin* 1. Note de M. **Bernard Kwal.**

La méthode d'approximations successives (méthode B. K. W.) a été employée avec succès par W. Pauli [1] pour étudier l'équation de Dirac, et, elle se laisse transposer sans difficultés à la théorie du corpuscule de spin 1. Écrivons, à cette fin, les équations de L. de Broglie-Proca de la manière suivante :

$$(1) \quad \begin{cases} (a) \quad D_k H^{kl} = mc A^l, & (c) \quad D_{[k} H_{lm]} = \dfrac{e}{mc^2} A_{[k} \mathcal{H}_{lm]}, \\ (b) \quad D_k A^k = \dfrac{e}{2mc^2}\left(\dfrac{\hbar}{i}\right) \mathcal{H}_{kl} H^{kl}, & (d) \quad D_k A_l - D_l A_k = mc H_{kl}, \end{cases}$$

en posant

$$D_k = \frac{h}{i}\partial_k + \frac{e}{c}\mathfrak{A}_k. \tag{2}$$

Pour appliquer la méthode B. K. W., nous allons développer les grandeurs H^{kl} en A^l en séries des puissances de $(\hbar/i)$:

$$H^{kl} = h^{kl} e^{\frac{i}{\hbar}S}, \qquad A^l = a^l e^{\frac{i}{\hbar}S}, \tag{3}$$

$$(4) \quad \begin{cases} h^{kl} = h_0^{kl} + \left(\dfrac{h}{i}\right) h_1^{kl} + \left(\dfrac{h}{i}\right)^2 h_2^{kl} + \ldots, \\ a^l = a_0^l + \left(\dfrac{h}{i}\right) a_1^l + \left(\dfrac{h}{i}\right)^2 a_2^l + \ldots. \end{cases}$$

---

[1] *Helvetica Physica Acta*, 5, 1932, p. 179.

On obtient ainsi, en approximation zéro :

$$(5)\left\{\begin{array}{ll} a. \ \left(\partial_k S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right)h_0^{kl}=mca_0^l, & c. \ \left(\partial_{[k} S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_{[k}\right)h^0_{lm]}=0; \\ b. \ \left(\partial_k S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right)a_0^k=0, & d. \ \left(\partial_k S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right)a_l^0-\left(\partial_l S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_l\right)a_0^k=mch^0_{kl}; \end{array}\right.$$

et, en première approximation :

$$(6)\left\{\begin{array}{l} a. \ \left(\partial_k S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right)h_1^{kl}-mca_1^l=-\partial_k h_0^{kl}; \\ b. \ \left(\partial_k S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right)a_1^k=-\frac{e}{2mc}\mathcal{H}_{kl}h_0^{kl}+\partial_k a_0^k; \\ c. \ \left(\partial_{[k} S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_{[k}\right)h^1_{lm]}=\frac{e}{2mc}h^0_{[k}\mathcal{H}_{lm]}-\partial_{[k}h^0_{lm]}; \\ d. \ \left(\partial_k S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right)a_l^1-\left(\partial_l S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_l\right)a_k^1-mch^1_{kl}=-(\partial_k a_l^0-\partial_l a_k^0). \end{array}\right.$$

On vérifie aisément que les équations ($5b$), ($5c$), ($6b$) et ($6c$) sont la conséquence des équations ($5a$), ($5d$), ($6a$) et ($6d$), respectivement.

Le système comprenant ($4a$) et ($4d$), étant linéaire et homogène, la condition d'existence des solutions en h_0^{kl} et a_0^l est que son déterminant s'annule. On arrive ainsi à l'équation

$$(7)\qquad \sum_{k=1}^{4}\left(\partial_k S+\frac{e}{c}\mathfrak{A}_k\right)^2=m^2c^2$$

qui est l'équation de Hamilton-Jacobi de la mécanique relativiste classique, relative à un point matériel de masse m et de charge e.

Quant aux équations ($6a$) et ($6d$), ce sont des équations linéaires avec un second membre. Pour que ces équations soient résolubles, il faut que ce second membre soit orthogonal, par rapport aux solutions des équations adjointes aux équations ($5a$) et ($5d$).

Autrement dit, on doit avoir

$$(8)\qquad a_k^{*0}\,\partial_l h_0^{kl}+\frac{1}{2}h_0^{kl}(\partial_k a_l^0-\partial_l a_k^0)=0,$$

équation qui entraîne la suivante

$$(8')\qquad \partial_k(a_l^{*0}h_0^{lk}+h_0^{*kl}a_l^0)=0,$$

qui n'est autre que l'équation de continuité, relative au quadrivecteur *courant* de la théorie du corpuscule de spin 1.

Si à la place des équations (1), on prend des équations modifiées par Corben et Schwinger [2], rien ne sera changé en approximation zéro. Mais, en pre-

---

[2] *Phys. Rev.*, 58, 1940, p. 953.

mière approximation une modification apparaîtra. En particulier, l'équation de continuité fera intervenir à côté du quadrivecteur courant, précédemment défini, un courant de polarisation, dû au moment magnétique supplémentaire γ.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la représentation d'un corpuscule de spin* 1 *à masses multiples*. Note de M. **Robert Potier.**

Les résultats expérimentaux récents concernant le méson attirent l'attention sur l'intérêt que pourrait présenter une représentation analytique du corpuscule de spin 1 à masses multiples. L'objet de la présente Note est de définir une telle représentation.

Nous référant aux résultats et employant les notations de notre Note précédente ([1]), nous pouvons écrire le système (S) d'équations aux dérivées partielles

$$
\begin{aligned}
\frac{m_+^2}{2}\psi^{11}_{+00} &= -\partial_{2'}(\psi^{02}_{01}-\psi^{20}_{10}) - \partial_1\psi^{02}_{00} + \partial_{1'}\psi^{20}_{00} - \partial_{2'}\psi^{00}_{+},\\
\frac{m_+^2}{2}\psi^{11}_{+01} &= -\partial_{2'}\psi^{02}_{02} - \partial_1(\psi^{02}_{01}+\psi^{20}_{10}) + \partial_2\psi^{20}_{00} + \partial_1\psi^{00}_{+},\\
\frac{m_+^2}{2}\psi^{11}_{+10} &= \partial_{2'}\psi^{20}_{20} + \partial_{1'}(\psi^{02}_{01}+\psi^{20}_{10}) - \partial_2\psi^{02}_{00} + \partial_{1'}\psi^{00}_{+},\\
\frac{m_+^2}{2}\psi^{11}_{+11} &= \partial_{1'}\psi^{02}_{02} - \partial_1\psi^{20}_{20} - \partial_2(\psi^{02}_{01}-\psi^{20}_{10}) + \partial_2\psi^{00}_{+};
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{m_-^2}{2}\psi^{11}_{-00} &= -\partial_{2'}(\psi^{02}_{01}+\psi^{20}_{10}) - \partial_1\psi^{02}_{00} - \partial_{1'}\psi^{20}_{00} - \partial_{2'}\psi^{00}_{-},\\
\frac{m_-^2}{2}\psi^{11}_{-01} &= -\partial_{2'}\psi^{02}_{02} - \partial_1(\psi^{02}_{01}-\psi^{20}_{10}) - \partial_2\psi^{20}_{00} + \partial_1\psi^{00}_{-},\\
\frac{m_-^2}{2}\psi^{11}_{-10} &= -\partial_{2'}\psi^{20}_{20} + \partial_{1'}(\psi^{02}_{01}-\psi^{20}_{10}) - \partial_2\psi^{02}_{00} + \partial_{1'}\psi^{00}_{-},\\
\frac{m_-^2}{2}\psi^{11}_{-11} &= \partial_{1'}\psi^{02}_{02} + \partial_1\psi^{20}_{20} - \partial_2(\psi^{02}_{01}+\psi^{20}_{10}) + \partial_2\psi^{00}_{-};
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
-\frac{M_+^2}{2m_+}\psi^{00}_{+} &= -\partial_{2'}\psi^{11}_{+11} - \partial_1\psi^{11}_{+10} - \partial_{1'}\psi^{11}_{+01} + \partial_2\psi^{11}_{+00},\\
-\frac{M_-^2}{2m_+}\psi^{00}_{-} &= -\partial_{2'}\psi^{11}_{-11} - \partial_1\psi^{11}_{-10} - \partial_{1'}\psi^{11}_{-01} + \partial_2\psi^{11}_{-00}.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\psi^{02}_{00} &= -\partial_{2'}(\psi^{11}_{+10}+\psi^{11}_{-10}) - \partial_{1'}(\psi^{11}_{+00}+\psi^{11}_{-00}),\\
2\psi^{02}_{01} &= -\partial_{2'}(\psi^{11}_{+11}+\psi^{11}_{-11}) + \partial_1(\psi^{11}_{+10}+\psi^{11}_{-10})\\
&\quad -\partial_{1'}(\psi^{11}_{+01}+\psi^{11}_{-01}) - \partial_2(\psi^{11}_{+00}+\psi^{11}_{-00}),\\
\psi^{02}_{02} &= -\partial_1(\psi^{11}_{+11}+\psi^{11}_{-11}) - \partial_2(\psi^{11}_{+01}+\psi^{11}_{-01}),\\
\psi^{20}_{00} &= -\partial_{2'}(-\psi^{11}_{+01}+\psi^{11}_{-01}) - \partial_1(-\psi^{11}_{+00}+\psi^{11}_{-00}),\\
2\psi^{20}_{10} &= -\partial_{2'}(-\psi^{11}_{+11}+\psi^{11}_{-11}) + \partial_{1'}(-\psi^{11}_{+01}+\psi^{11}_{-01})\\
&\quad -\partial_1(-\psi^{11}_{+10}+\psi^{11}_{-10}) - \partial_2(-\psi^{11}_{+00}+\psi^{11}_{-00}),\\
\psi^{20}_{20} &= \partial_{1'}(-\psi^{11}_{+11}+\psi^{11}_{-11}) - \partial_2(-\psi^{11}_{+10}+\psi^{11}_{-10})
\end{aligned}
$$

([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 638-640.

avec $c=1$, $h=1$, $\partial/\partial x^i=\partial_i$, $\psi^{(11)}_{\mp}$ représentant un vecteur et un pseudo-vecteur, $\psi^{(02)}$ un tenseur antisymétrique de rang 2 et $\psi^{00}_{\mp}$ un scalaire et un pseudo-scalaire.

Le système (S) jouit des principales propriétés suivantes :

1. Il est de forme invariante relativement à toute transformation de Lorentz directe ou inverse du repère.

2. Il ne peut être décomposé en deux ou plusieurs sous-systèmes indépendants les uns des autres.

3. C'est un système de 16 équations aux dérivées partielles du premier ordre, à 16 fonctions inconnues. On peut le mettre sous la forme canonique :

$$(S') : -i\frac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi.$$

Les expressions des $\partial\psi/\partial t$ se calculent aisément, et il n'y a pas d'équations de condition.

4. Dans les équations (S), on peut remplacer ∂_i par $\partial_i+i\varepsilon V_i$, V_i étant un champ vectoriel, sans que (S) cesse d'avoir des solutions.

Les équations (S) peuvent exprimer l'action du champ électromagnétique macroscopique sur le corpuscule.

5. Le vecteur courant est donné par les formules générales de nos Notes précédentes ([2]). Il est choisi tel que sa divergence d'espace-temps soit nulle. Un formalisme quantique est, dès lors défini. Eu égard à ce formalisme, l'opérateur H de (S') est hermitien.

6. On montre aisément que le corpuscule représenté par (S) admet 4 cas purs de masse, les valeurs correspondantes de la masse étant : m_+ : m_- ; M_+ ; M_-.

Il convient, cependant, de remarquer que m_+ et m_- jouent le rôle le plus essentiel, et qu'il est possible de prendre $M_+=m_+$, $M_-=m_-$, ce qui permet de ramener le nombre des masses à deux si on le désire.

L'existence du système (S) et ses propriétés ouvrent la possibilité d'une tentative d'explication du phénomène de double méson. En effet, les phénomènes d'ionisation provoqués par le méson réagissent sur lui par un champ électromagnétique de freinage, qu'on peut introduire dans les équations (S).

Si le corpuscule est, initialement, dans un cas pur de masse, m_+ par exemple (supposons $m_+>m_-$ pour fixer les idées), ce champ peut faire apparaître une probabilité de transition vers les états de masse m_-. Si une telle transition s'opère, elle respecte le principe de conservation de l'énergie, conséquence du formalisme quantique lui-même. Par contre, il ne peut y avoir conservation de la quantité de mouvement : le changement de masse à énergie presque invariable s'y oppose. Il n'est donc pas *a priori* indispensable d'imaginer l'émission d'un photon, ou d'un ou deux neutrinos, au moment du passage du méson d'un état à l'autre.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 638 et 855-857.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Les étoiles doubles de faible éclat.* Note (¹) de M. **Robert Jonckheere**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Pendant plus d'un siècle les astronomes ont pensé que les étoiles doubles de faible éclat apparent étaient peu intéressantes. Dans les ouvrages spéciaux on lit couramment qu'il ne faut pas s'attendre à ce qu'une étoile double de 9ᵉ magnitude, et de 2″ de séparation, change perceptiblement de position en un siècle. On conseille, à moins de cas exceptionnels, de ne pas observer les couples faibles, et de se contenter de remesurer les étoiles plus brillantes déjà cataloguées.

Ces idées ont fait, et font encore, beaucoup de tort aux progrès de l'Astronomie. Elles ont retardé d'un demi-siècle la découverte des couples de petites masses dont seuls quelques rares exemples furent observés, presque accidentellement.

Cet état de choses est venu de la connaissance des relations entre les mouvements propres, les magnitudes et les distances des étoiles.

D'après les meilleures déterminations, les étoiles de 10ᵉ magnitude n'ont plus, en général, qu'une parallaxe de 0″,0027. On en a conclu, dès lors, que pour une étoile double de cet éclat, et de 3″ de séparation, la distance réelle entre les composantes devait être, en moyenne, 1100 fois la distance Soleil-Terre. Ce qui, pour une masse égale à celle de notre système, donne une période de révolution de 36500 ans !

Il y a dans ce raisonnement une erreur fondamentale : c'est de supposer les étoiles doubles visuelles à la même distance que les autres étoiles. Or, pour qu'une étoile apparaisse double, il faut que celle-ci ne soit pas trop éloignée. Collectivement, ces étoiles sont donc plus près de nous.

Les étoiles doubles n'ont pas, en effet, dans leur ensemble, n'importe quelles orbites : elles ont une préférence marquée pour les petites orbites. Leur nombre est inversement proportionnel à leurs séparations, et cela, quelles que soient leurs magnitudes.

Si donc leur parallaxe moyenne variait avec leur éclat apparent, comme pour les étoiles en général, nous devrions trouver pour les couples de moins de 5″, et de magnitudes entre 6,6 et 7,0, une séparation moyenne apparente double de celle des couples compris entre les magnitudes 8,6 et 9,0 : puisque les parallaxes passent alors, pour les étoiles en général, de 0″,0090 à 0″,0040. Or, les deux groupes ont exactement la même séparation moyenne 1″,68.

N'est-il pas plus naturel de penser que ces deux groupes sont à la même distance de nous, plutôt que d'attribuer au second des orbites très différentes ayant des grand-axes doubles des autres ?

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

Nous avons toujours cru que l'anomalie provenait simplement du grand nombre des étoiles naines, mais la preuve restait à faire. Nous avons dû d'abord récolter beaucoup de couples nouveaux : nos recherches nous en ont fourni 3250 que depuis deux ans nous commençons à remesurer ([2]). Un recul de 30 ans sur nos premières observations nous permet de déceler, dès maintenant, les couples en mouvement.

Des mesures faites à Marseille et à Strasbourg montrent que 22 % de ces étoiles faibles sont des binaires à changements appréciables. Elles comprennent des couples de 10[e] et 12[e] magnitude ayant décrit des arcs allant jusqu'à 100°. C'est un pourcentage très élevé si on le compare à celui fourni par les catalogues précédents d'étoiles doubles plus brillantes. Burnham trouva 11 % pour ses étoiles, après 25 ans.

Ayant montré que les couples serrés de faible éclat ne sont certainement pas aussi éloignés qu'on le pensait, il restait à voir l'importance du décalage de ces étoiles sur les étoiles en général. Voici un tableau utilisant les 2522 parallaxes données par Russell : *m* les magnitudes, ** le nombre de couples, π^{**} leurs parallaxes moyennes, π^{*} les parallaxes correspondantes de Seares pour les étoiles en général.

m.	**.	π^{**}.	π^{*}.	$\pi^{**}-\pi^{*}$.
1,0 à 1,9............	7	0″,0210	0″,0670	−460
2,0 2,9............	19	0,0229	0,0450	−221
3,0 3,9............	47	0,0271	0,0300	− 29
4,0 4,9............	104	0,0234	0,0210	+ 24
5,0 5,9............	247	0,0195	0,0150	+ 45
6,0 6,9............	506	0,0129	0,0100	+ 29
7,0 7,9............	686	0,0126	0,0066	+ 60
8,0 9+............	906	0,0132	0,0045	+ 87

La dernière colonne montre que ce décalage est énorme. Il serait plus grand encore si π^{*} ne contenait pas aussi les étoiles doubles. Les premiers groupes ne comprenant que peu de couples sont plus fortement influencés par quelques très grandes parallaxes exceptionnelles.

Nous pouvons conclure : *Les parallaxes moyennes des binaires visuelles varient remarquablement peu.*

Les étoiles binaires télescopiques sont en général dans une couche peu épaisse située entre 75 et 80 parsecs.

Leurs magnitudes apparentes sont donc en corrélation étroite avec leurs magnitudes réelles, et nullement un critère de leur éloignement.

Les couples serrés de faible éclat nous fourniront ainsi tout un nouveau champ d'études d'étoiles de petites masses.

([2]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 680.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la probabilité d'une réaction nucléaire.* Note (¹) de M. **Évry Schatzmann**.

L'ensemble des résultats présentés dans les Notes précédentes permet de tirer des conclusions relativement à la réaction

$$ {}^{1}H + {}^{1}H = {}^{2}D + e^{+}. \tag{1} $$

La littérature scientifique contient de nombreuses discussions de cette réaction. En effet cette réaction n'est connue que théoriquement, la section de choc est extrêmement petite (10^{-50} cm²), même si l'on suppose la transition permise au sens des règles de sélection. Seule l'Astrophysique est en mesure de donner une évidence *expérimentale* quelconque au sujet de cette réaction. La difficulté était la suivante. Les résultats d'observation des naines blanches semblaient indiquer pour des étoiles telles que Sirius B ou Van Maanen 2 d'épaisses couches d'hydrogène. Le débit d'énergie dû seulement à la réaction (1) aurait été dans ces étoiles plusieurs centaines de millions de fois supérieur à celui observé. Nous avions cru possible [2] d'échapper à la difficulté en supposant la réaction (1) interdite, et en faisant intervenir les réactions du cycle de Bethe. Mais les résultats annoncés dans une Note antérieure [3] sur l'accélération des réactions thermonucléaires aux grandes densités infirment à eux seuls une telle possibilité et entraînent *nécessairement* l'existence d'une couche d'hydrogène très mince dans les naines blanches. Dès lors, il était nécessaire de reconsidérer la valeur des résultats de Kuiper [4]. Il devenait évident que leur précision n'était pas telle qu'il soit possible de conclure avec certitude de l'observation à l'existence d'une épaisse couche d'hydrogène. Il était donc possible d'essayer d'envisager ce que devenait la théorie du débit d'énergie des naines blanches quand on supposait la réaction (1) permise.

Le calcul, fait pour 40 Eridani B et Van Maanen 2, se montre tout à fait en accord avec les données d'observation et, pour cette dernière étoile, explique de façon tout à fait correcte l'ensemble des faits connus.

Le calcul du débit d'énergie, fait en utilisant les résultats déjà donnés pour la répartition des températures dans la couche d'hydrogène [2], donne

$$ L = [2,412] \quad R^{\star -\frac{17}{12}} \quad M^{\star -\frac{41}{12}} \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^{\frac{41}{12}} e^{-[1,083]\left(\frac{R^\star}{M^\star}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^{-\frac{1}{3}}}, \tag{2} $$

où $\Delta R/R$ est l'épaisseur de la couche d'hydrogène (hydrogène non dégénéré)

(¹) Séance du 3 novembre 1947.

(²) *Annales d'Astrophysique*, 8, 1945, p. 143.

(³) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 867.

(⁴) *Actualités scientifiques*, **897**. (Naines blanches.)

et $L^\star$, $M^\star$, $R^\star$ exprimés en unités de soleil. Pour 40 Eridani B, on obtient

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,156, \tag{3}$$

ce qui correspond à un accroissement de rayon de l'étoile par comparaison avec l'étoile *pure* [2] de

$$\frac{\delta R}{R} = 0,125, \tag{4}$$

ce qui est en accord convenable avec la valeur $\delta R/R = 0,08$ déterminée graphiquement pour un $\mu_e = 2,06$.

Pour Van Maanen 2 on obtient les résultats rassemblés ci-dessous :

Apparition de la dégénérescence à une profondeur.........	$\frac{\Delta R}{R} = 0,0036$
Épaisseur de la couche d'hydrogène donnée par (2).........	$\frac{\Delta R}{R} = 0,0067$
» » mixte..........................	$h = 0,0113$

Il est alors possible d'interpréter Van Maanen 2 de la façon suivante :

1° Il n'est pas légitime d'assimiler la couche mixte à une surface sans épaisseur.

2° La couche d'hydrogène pur est très mince et l'hydrogène qui se trouve dans la couche de mélange participe par la réaction (1) au débit d'énergie.

3° La concentration en éléments lourds à la surface d'apparition de la dégénérescence est importante.

4° La zone convective d'Unsöld transporte les éléments lourds jusqu'à la surface et rend possible leur apparition dans le spectre.

Cette interprétation s'accorde à la fois avec le débit d'énergie observé pour Van Maanen 2 et avec la présence de raies du calcium Ca^+ dans le spectre.

On voit donc que l'explication du débit d'énergie de certaines blanches par la réaction (1) supposée permise accroît l'accord avec l'observation.

Nous pouvons dire en conclusion qu'il n'y a sans doute plus aucune contradiction entre la théorie des réactions nucléaires et l'Astrophysique.

ANALYSE DIMENSIONNELLE. — *Sur le système électromagnétique d'unités.* Note de M. Émile Brylinski.

Les unités du système électromagnétique sont généralement dérivées de l'unité de masse magnétique donnée par la loi magnétique de Coulomb. Comme il n'y a pas de masses magnétiques dans la réalité, cette base est peu satisfaisante et il semblerait préférable de raisonner de la manière suivante.

Considérons deux conducteurs rectilignes indéfinis parallèles, de section droite circulaire négligeable, placés dans le vide de perméabilité magnétique μ_0 à une distance r l'un de l'autre et parcourus par un même courant constant i.

La force exercée par l'un des conducteurs sur une longueur l de l'autre aura pour expression

$$f = 2\mu_0 i^2 \frac{l}{r}.$$

Convenons de prendre toujours l égale à r, quelle que soit r, et de faire μ_0 égal à 1 pour nous placer dans le système électromagnétique ; la formule se réduit à

$$f = 2i^2.$$

Si donc nous employons le système C. G. S., l'unité I_M de courant électrique sera le courant pour lequel la force exercée dans les conditions indiquées précédemment sera égale à 2 dynes.

De la comparaison de ce résultat avec la définition de l'ampère donnée en 1946 par le Comité international des Poids et Mesures, d'après laquelle la force exercée par 1 ampère est égale à

$$2.10^{-7}\ \text{U. M. K. S.} = 2.10^{-2}\ \text{dyne},$$

il ressort que I_M est égale à 10 ampères, ce qui concorde avec la définition originelle de l'ampère. De I_M et des unités mécaniques, on peut dériver toutes les unités E. M. C. G. S. comme le montre le tableau suivant :

Unités.	Définition.	Valeurs en unités pratiques
Charge électrique Q_M	I_M–seconde	10 coulombs
Potentiel » V_M	erg par Q_M	10^{-8} volt
Résistance » R_M	V_M par I_M	10^{-9} ohm
Capacité » C_M	Q_M par V_M	10^{9} farad
Inductance propre ou mutuelle	R_M–seconde	10^{-9} henry
Maxwell	V_M–seconde	10^{-8} weber
Gauss	Maxwell par centimètre carré	10^{-4} myriagauss
Gilbert	I_M	10 décigilberts
Œrsted	Gilbert par centimètre	10^{3} milliœrsteds
Perméabilité magnétique	Gauss par œrsted	10^{-7}

CHALEUR. — *L'influence des conditions aux limites longitudinales sur la propagation des déflagrations dans les tubes cylindriques lisses.* Note [1] de MM. **Henri Guenoche**, **Numa Manson** et **Georges Monnot**, présentée par M. Gustave Ribaud.

D'après la théorie des ondes de choc et de combustion, le régime de propagation d'une déflagration [2] dépend des conditions aux limites amont et aval.

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) E. Jouguet, *La Mécanique des explosifs*, Paris, 1947; N. Manson, *La propagation des détonations et des déflagrations dans les mélanges gazeux*, Ed. Institut du Pétrole et O.N.E.R.A., Paris, 1947.

Une modification apportée à l'une de ces conditions, ou aux deux, a donc pour effet de modifier la propagation de la flamme.

L'objet de la présente Note est d'examiner le mécanisme de l'influence de certaines de ces conditions aux limites.

On sait que ([2]) dès l'inflammation, la déflagration est précédée d'une chasse préalable, perturbation dont la tête progresse avec la célérité du son dans les gaz frais. En admettant, d'une part, que le mélange est parfaitement homogène, que le tube est dépourvu de rugosité et de diamètre constant, et, d'autre part, que les conditions aux limites aux extrémités du tube restent inchangées, les modifications du régime de propagation de la déflagration ne peuvent être dues qu'à l'interaction de la perturbation constituée par la chasse préalable et de la déflagration. Lorsque cette perturbation arrive sur l'extrémité B du tube opposée à l'extrémité d'inflammation A, elle se réfléchit et son amplitude après réflexion est par rapport à l'amplitude incidente dans le rapport

$$r_B = \frac{1 - Z_B \dfrac{S}{\rho_1 a_1}}{1 + Z_B \dfrac{S}{\rho_1 a_1}}. \tag{1}$$

Dans cette expression, Z_B est l'impédance sonore ([3]) en B, S la section du tube, ρ_1 et a_1 étant respectivement la masse spécifique et la célérité du son dans les gaz frais, grandeurs que nous supposerons constantes en première approximation. En particulier lorsque l'impédance Z_B est telle que

$$Z_B = \frac{\rho_1 a_1}{S}, \tag{2}$$

c'est-à-dire lorsque le tube est fermé en B sur son impédance itérative, il n'y aura pas réflexion de la perturbation et par conséquent la propagation de la déflagration sera indépendante des conditions à la limite aval.

Si la condition (2) n'est pas remplie, après réflexion sur le fond B la perturbation reviendra sur la flamme où il se produira une réflexion et une transmission de l'ébranlement incident. L'amplitude de la perturbation transmise à travers le front de la déflagration est dans le rapport τ_{BF} avec l'ébranlement initial ([4]), et lorsque cette perturbation arrive sur le fond A, elle donne lieu à une perturbation réfléchie dont l'amplitude est dans le rapport

$$r_A = \tau_{BF} \frac{1 - Z_A \dfrac{S}{\rho_2 a_2}}{1 + Z_A \dfrac{S}{\rho_2 a_2}}, \tag{3}$$

([3]) Y. Rocard, *Dynamique générale des vibrations*, 1943.

([4]) Ce rapport peut être calculé aisément en fonction de r_B, ρ_1, a_1, de ρ_2 masse spécifique et de a_2 célérité du son (supposés constants en première approximation) dans les gaz brûlés [voir Rocard ([3])].

avec l'amplitude de l'ébranlement initial. Ici encore, si

$$Z_A = \frac{\rho_2 a_2}{S}, \tag{4}$$

l'influence des conditions à la limite amont A est éliminée.

Pour que les conditions (2) et (4) soient remplies, il faut que les impédances Z_A et Z_B soient des résistances acoustiques pures ([5]).

Dans le cas où le tube est entièrement ouvert en A ($Z_A = O$) et fermé en B($Z_B = \infty$), l'expérience ([6]) montre que la flamme se met à vibrer lorsqu'elle a parcouru une certaine portion du tube. Le calcul ([7]) des fréquences propres du système acoustique formé par le tube rempli, pour la portion BF par les gaz frais et pour la portion AF par les gaz brûlés, a permis à M. F. Coward, F. J. Hartwell et E. H. H. Georgeson ([8]), de constater que la fréquence des vibrations de la flamme correspond bien à certaines des fréquences propres de ce système acoustique. Toutefois l'origine de ce phénomène paraît être restée assez obscure à l'époque.

On notera que, d'après ce qui précède, dans tous les cas où les conditions (2) et (4) ne sont pas réalisées, l'ébranlement initial unique (chasse préalable) apparaît comme l'origine d'un ensemble d'ébranlements parcourant les gaz. A chaque rencontre d'un de ces ébranlements avec le front de la déflagration, il y a répartition de l'énergie de cet ébranlement entre le phénomène réfléchi et le phénomène transmis. Si, à ce moment donné, il y a coïncidence entre la *pseudo-période* (temps du parcours FAF ou FBF) d'un des ébranlements et l'une des périodes propres du système acoustique formé par le tube et les gaz, il se produit une résonance se traduisant par des vibrations de la flamme et de la colonne gazeuse d'autant plus intenses qu'une plus grande part de l'énergie de l'ébranlement initial se retrouvera dans l'ébranlement entrant en résonance.

SPECTROSCOPIE. — *Étude par spectrographie Raman et infrarouge du méthyl-2 benzothiazole*. Note ([1]) de MM. **Jacques Metzger** et **Claude Cherrier**, présentée par M. Jean Cabannes.

L'un de nous poursuivant une étude physico-chimique du méthyl-2 benzothiazole ([2]), en vue de déterminer la structure intramoléculaire de ce composé,

---

([5]) Ceci peut être réalisé en particulier lorsque l'écoulement des gaz s'effectue à travers une résistance hydrodynamique convenable, constituée par exemple par un réseau de fentes fines dans lequel l'écoulement obéit à la loi de Poiseuille [voir Rocard ([3])].

([6]) Voir P. Laffite, *La propagation des flammes dans les mélanges gazeux*. Hermann, 1939.

([7]) Lees, *Proc. Phys. Soc.*, 41, 1929, p. 204.

([8]) *Chem. Soc.*, 1937, p. 1482.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) Ch. Courtot et J. Metzger, *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 487; *Bull. Soc. Chim.*, 1946 (M), p. 580; J. Metzger, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 57 et *C. R. XIe Congrès Intern. Chimie pure et appliquée*, Londres, juillet 1947 (sous presse).

il nous a semblé utile d'envisager le problème de tautométrie que pose cette étude ([3]), à la lumière des spectres de diffusion Raman et d'absorption infrarouge.

Nous avons photographié le spectre de diffusion Raman et déterminé les bandes d'absorption infrarouge de ce composé. Les résultats de ces mesures effectuées à 18 degrés sont consignés ci-dessous.

Spectre d'absorption infrarouge. — Il a été déterminé entre 3 μ et 12 μ et les principales bandes d'absorption sont les suivantes (les pourcentages d'absorption sont indiqués entre parenthèses et les longueurs d'onde sont exprimées en μ) :

3,3; 3,4; 6,59 (83); 6,94 (94); 7,31 (55); 7,65 (69); 7,82 (60); 8,08 (75); 8,60 (89); 9,42 (51); 9,94 (62); 10,68 (48); 11,58 (76).

Spectre Raman. — Les principales raies Raman sont les suivantes (les intensités relatives sont indiquées entre parenthèses et les fréquences sont exprimées en cm^{-1}) :

209 (3); 370 (9); 396 (5); 430 (1/5); 475 (7); 506 (9); 588 (1); 640 (4); 707 (6); 759 (2); 798 (1/4); 821 (1/5); 867 (2); 1015 (8); 1029 (1); 1064 (7); 1126 (7); 1156 (7); 1179 (1); 1243 (9); 1277 (7); 1294 (2); 1312 (4); 1375 (2); 1434 (5); 1456 (4); 1500 (1); 1531 (8); 1559 (8); 1597 (2); 2032 (1/4); 2788 (7); 2875 (3); 2924 (3); 2998 (3/4); 3037 (3/4); 3067 (1); 3184 (1/5).

Dans la région 3000 cm^{-1} les intensités relatives sont données sous toutes réserves du fait du manque de sensibilité des plaques dans ce domaine spectral.

Notons que parmi ces raies, certaines sont, de toute évidence, des raies de combinaison.

L'absence de raie dans la région 1630-1670 cm^{-1} semble indiquer que la forme tautomère; qui possède une double liaison semi-cyclique, n'existe pas en proportion notable à la température de 18°. Ce point de vue est confirmé par l'absence de raie dans la région 3200 cm^{-1} qui correspondrait au groupement N-H. Les données de l'absorption infrarouge citées plus haut corroborent ces résultats.

SPECTROSCOPIE. — *Sur un mécanisme réactionnel impliquant les radicaux libres* C_2, CCl *et* CBr. Note ([1]) de MM. **Guy Pannetier** et **Paul Laffitte**, présentée par M. Paul Pascal.

Comme suite à une précédente Note ([2]), dans laquelle ont été rapportés des résultats spectroscopiques permettant d'expliquer la formation des radicaux

([3]) Ch. Courtot et J. Metzger, *Bull. Soc. Sc. de Nancy*, 6, 1947, p. 3 et 49; J. Metzger, *ibid.*, séance du 13 novembre 1947 (sous presse).

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) G. Pannetier et A.-G. Gaydon, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1300.

libres CH et NH à partir des radicaux C_2 et CN, nous avons exécuté de nouvelles expériences dans le but d'interpréter certaines réactions de combustion en phase gazeuse faisant intervenir les groupements C_2, CCl et CBr.

L'existence du radical CCl a été signalée dans le cône interne de la flamme de certains composés organiques halogénés brûlant dans l'air ou l'oxygène ([3]). Mais l'origine qu'on pouvait lui attribuer était douteuse : elle pouvait être due soit à un cracking préliminaire de la molécule halogénée, soit à la mise en liberté, dans une réaction préalable, de chlore réagissant à son tour avec une formation hydrocarbonée pour donner finalement CCl, soit même enfin à d'autres mécanismes. Or le cyanogène pur et sec brûlant dans de l'oxygène parfaitement sec et exempt d'hydrogène ne donne que les émetteurs C_2 et CN (spectre I, *fig.* 1) en même temps qu'on observe un fond continu caractéristique de la réaction

$$C_2^* \rightarrow 2C + h\nu \text{ (non quantifié)}.$$

Si l'on ajoute du chlore au cyanogène sans modifier les autres conditions expérimentales, il apparaît le système de bandes dû à CCl (spectre II, *fig.* 1).

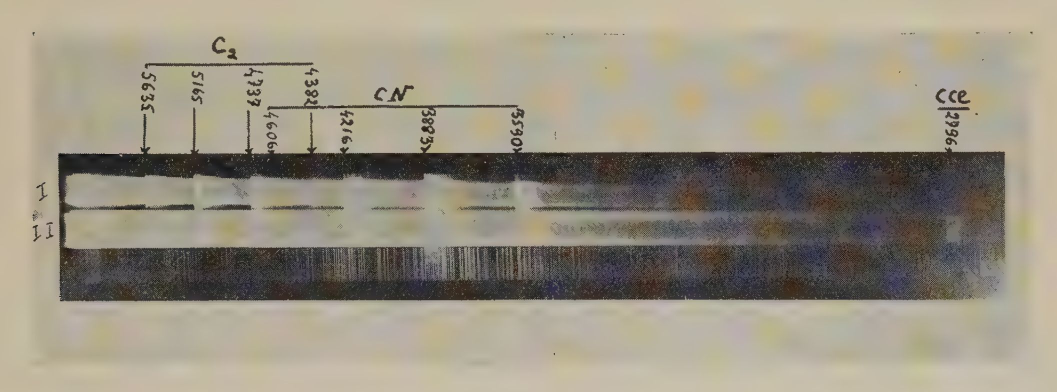


Fig 1.

En même temps l'intensité du fond continu, ainsi que celle des raies dues au radical C_2, diminue. Ces résultats montrent que l'on a affaire à l'une des réactions suivantes :

$$C_2^* + Cl_2 \rightarrow 2CCl^*$$

ou

$$C_2^* + 2Cl^* \rightarrow 2CCl^*,$$

cette dernière étant moins probable que la précédente qui nécessite une énergie moindre. D'ailleurs, comme nous l'avons déjà indiqué à propos de l'origine des radicaux CH provenant de C_2, cette conclusion n'exclut pas la possibilité d'autres processus de formation de CCl.

([3]) *Ibid.*, **225**, 1947, p. 1300; R. K. Asundi et S. M. Karun, *Proc. ind. Acad. Sc.*, 6 A, 1937, p. 328.

Quant au radical CBr, il a été signalé tout récemment dans le cône interne de la flamme d'un mélange de bromure de méthyle et d'oxygène, brûlant dans l'air ([4]). Les mêmes hypothèses faites pour le radical CCl étaient valables pour ce groupement. Or en faisant préalablement barboter dans du brome bouillant le cyanogène que l'on brûle dans de l'oxygène sec, on obtient vers 2900 Å (*fig.* 2) une bande dégradée vers le violet et que Coleman et Gaydon ([4]) ont

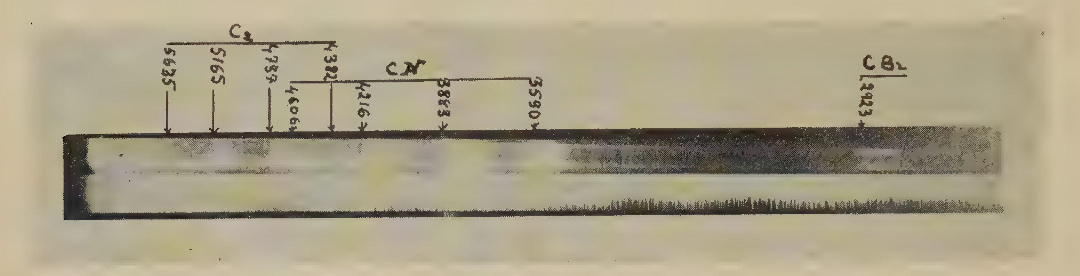


Fig. 2.

attribuée à CBr. Comme l'on observe ici le même phénomène qu'avec le chlore (diminution de l'intensité des bandes de Swan et du fond continu), on a ainsi une preuve que l'émetteur est bien un composé de carbone et de brome et que l'on a, soit

$$C_2^* + Br_2 \rightarrow 2\,CBr^*,$$

soit

$$C_2^* + 2\,Br^* \rightarrow 2\,CBr^*.$$

Le système de bandes dû au radical CBr présente une structure très complexe. Avec le spectre qui avait été obtenu par Coleman et Gaydon, des mesures précises étaient impossibles car l'émission du radical CBr était en partie masquée par les bandes (1,0) de OH. Cet inconvénient ne peut évidemment pas se présenter dans nos expériences. Les longueurs d'onde de quelques têtes de bandes ont pu être mesurées, à l'angström près, par comparaison avec le spectre de référence; mais le pouvoir dispersif du spectrographe utilisé n'était pas suffisant pour aborder avec profit l'étude du schéma vibrationnel de ce radical. Le tableau provisoire ci-dessous donne, en même temps que l'intensité (I), les longueurs d'onde (λ) que nous avons déterminées (sous réserves de mesures ultérieures avec un instrument plus puissant qui permettra de les préciser davantage et de les compléter) :

λ(Å).	I.
2935	3
2927	10
2923,5	6
2920,5	5
2913,5	8

([4]) *Farad. Soc.*, Meeting of oct. 1947, Oxford (sous presse).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence d'une déformation sur le pouvoir thermoélectrique des métaux*. Note de MM. **Charles Crussard** et **Francis Aubertin**, présentée par M. Pierre Chevenard.

La force thermoélectrique d'un couple ou sa dérivée thermique, le pouvoir thermoélectrique, sont des grandeurs faciles à mesurer. Des traitements mécaniques ou thermiques les font varier, mais leurs variations sont souvent difficiles à interpréter. La présente Note a pour but de faire connaître des études expérimentales, susceptibles de jeter quelques lumières sur les variations que subit le pouvoir thermoélectrique absolu d'un métal pur lorsqu'on le soumet à une déformation.

Deux méthodes ont été employées : l'une consiste à enregistrer en fonction de la température la force thermoélectrique d'un couple constitué par deux fils d'un même métal, l'un recuit, l'autre écroui de telle façon que l'on désire; l'enregistrement s'effectue sur un galvanomètre double type Saladin-Le Chatelier spécial, équipé d'un galvanomètre à aimant mobile sensible à moins de 10^{-7} volt; la pente initiale du cycle enregistré mesure le pouvoir thermoélectrique à la température ambiante. Dans l'autre méthode, que nous appellerons *méthode stationnaire*, les soudures d'un couple formé de deux fils recuits d'un même métal sont maintenues à températures constantes (environ 20° et 100°); un des brins est alors soumis à une déformation (traction, torsion, etc.) et l'on note la force thermoélectrique sur un galvanomètre sensible (galvanomètre Siemens, sensible à 2.10^{-9} volt), d'où le pouvoir thermoélectrique moyen entre les températures des deux soudures.

Il est essentiel de distinguer l'effet de la tension de celui de la déformation permanente, ou, si l'on veut, de décomposer la variation de pouvoir thermoélectrique observée en une portion élastique et une portion plastique. Ceci est facile dans la méthode stationnaire : on peut imposer, soit l'allongement, soit la tension du fil étudié; dans l'un et l'autre cas, au fur et à mesure que l'on déforme le fil, on le décharge de temps en temps. La variation au cours de la décharge représente la portion élastique, et le résidu la portion plastique.

Les expériences ont porté sur le cuivre, l'aluminium, le fer, le nickel.

1° *Effet de la tension* (*portion élastique*). — Pour le cuivre, l'effet d'une contrainte de traction est négatif (1), et proportionnel à la tension (en première approximation; il croît en réalité de 10 % quand on approche de la rupture). Par un dispositif dérivé des extensomètres à fils collés, nous avons pu constater qu'une compression produit un effet de signe contraire, mais avec le même

(2) Nous disons que l'effet est positif quand le pouvoir thermoélectrique (absolu) croît, c'est-à-dire que, dans le couple étudié, le fil déformé devient pôle positif de la pile thermoélectrique ainsi formée.

coefficient de proportionnalité, ce qui était à prévoir. Il s'agit donc bien d'un effet élastique dû à la tension.

Les valeurs trouvées pour les coefficients de proportionnalité sont les suivantes :

Métal.	Effet élastique, en 10^{-9} V/degré par kg/mm².
Cu	— 0,68
Al	+ 0,4
Fe	—39
Ni à 1 % d'allongement	—20
Ni à 16 % »	— 8

On voit que le cas des métaux magnétiques est spécial, et, pour le nickel, on constate une sorte de saturation, vérifiée par d'autres expériences.

Une torsion élastique est sans effet sur le pouvoir thermoélectrique du cuivre, mais agit fortement sur celui du fer.

2° *Effet d'une déformation plastique.* — Pour le cuivre et l'aluminium, l'effet est positif; insensible au début de la déformation, il croît au delà de 1 à 2 % d'allongement, de façon d'abord accélérée, puis ralentie.

Pour le fer et le nickel, l'effet est beaucoup plus fort, irrégulier, et change de signe. Pour le fer, il apparaît comme certain que, outre des phénomènes magnétiques, des précipitations (de carbone ou d'azote, par vieillissement) entrent en jeu.

Quelques résultats sont consignés au tableau suivant :

Métal.	Déformation permanente.	Effet thermoélectrique (en 10^{-9} V/degré).
Cu électronique	Traction 14 %	+ 10,6
	Torsion (gliss^t^ max. 60 %)	+ 15,3
	Détorsion après torsion	+ 26
Al 99,995 %	Traction 20 %	+ 3
Al 99,2 %	» 18 %	+ 11
Ni	Traction 0,4 %	+ 80
	» 15 %	— 80
Fer	Tréfilage	—360

Il est frappant qu'une torsion plastique ait un effet notable dans le cas du cuivre, alors qu'une torsion élastique n'en a pas.

En faisant varier les conditions d'expérience (grosseur du grain, vitesse de déformation, mode de sollicitation), on aboutit à la conclusion que l'effet thermoélectrique de la déformation plastique n'est pas dû aux tensions internes à l'échelle de l'éprouvette ou du grain de métal, mais à des perturbations ou distorsions internes beaucoup plus localisées, submicroscopiques, sans doute les *dislocations* aujourd'hui classiques dans la théorie du glissement plastique.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Induction par des traces d'oxygène de la pyrolyse de l'acétaldéhyde gazeux; influence de la température.* Note ([1]) de MM. **Michel Niclause** et **Maurice Letort**, présentée par M. Paul Pascal.

L'un de nous a signalé pour la première fois ([2]) que des traces d'oxygène sensibilisent considérablement la décomposition thermique homogène de l'acétaldéhyde en $CO + CH_4$. Ce phénomène a été décrit ([3]). Il a été confirmé par Verhoek ([4]) et plus récemment par J. C. Moris ([5]). Il était important de rechercher si des traces d'oxygène sont capables d'induire cette pyrolyse à des températures (inférieures à 400° C.) *auxquelles l'acétaldéhyde pur est thermiquement stable.*

Nous avons étudié systématiquement cette décomposition induite entre 150 et 400° C. Toutes nos expériences ont été faites avec une pression initiale d'acétaldéhyde de 237^{mm} Hg et $0{,}10^{mm}$ Hg d'oxygène (soit en volumes 4/10000 environ de O_2). La réaction a lieu dans une ampoule en verre Pyrex de 145^{cm^3} dont le rapport surface/volume est $1{,}3\,cm^{-1}$ environ; elle est suivie manométriquement grâce à une méthode différentielle qui sera décrite ultérieurement et qui a entre autres avantages, celui de permettre encore la mesure précise de vitesses de réaction pouvant aller jusqu'à 20^{mm} Hg par minute.

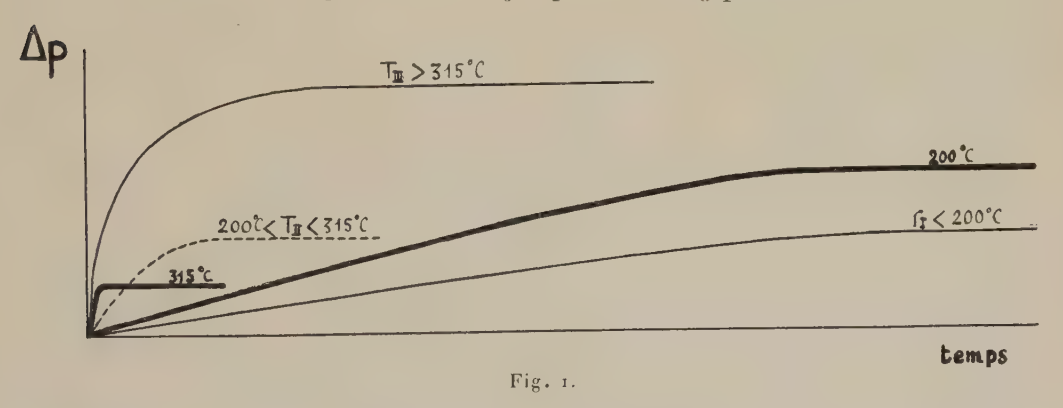


Fig. 1.

Il est entendu que la présente figure ne cherche qu'à donner l'*allure* de la réaction aux différentes températures. Il est en effet impossible de représenter quantitativement avec une même échelle de temps des phénomènes dont les durées varient de trente secondes à plusieurs heures.

Dans tout le domaine de température exploré, nous avons observé la décomposition d'une quantité limitée d'acétaldéhyde : la pression p augmente en fonction du temps t et atteint, pour une durée τ, une valeur fixe qui se

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) M. Letort, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1042.

([3]) M. Letort, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 312; *J. de Chimie Physique*, **34**, 1937, p. 428.

([4]) *Trans. Far. Soc.*, **31**, 1935, p. 1527.

([5]) *J. Am. Chem. Soc.*, **66**, 1944, p. 584.

traduit par un palier dans la courbe $\Delta p = f(t)$. Il est vraisemblable que l'action des traces d'oxygène, déjà sensible à 150° C. (vitesse initiale : 2^{mm},5 Hg par heure), s'exerce à plus basse température encore, mais il devient expérimentalement difficile de la suivre.

Comme la figure 1 le schématise, l'allure de la réaction varie très fortement avec la température. La durée τ, de l'ordre de 7 heures à 150° C., décroît brutalement jusqu'à un minimum de 30 secondes à 315° (3 heures à 200° et 3 minutes à 270°) pour croître à nouveau et atteindre 10 minutes à 400°.

La hauteur du palier de la courbe $\Delta p = f(t)$ permet de calculer le nombre total N de molécules CH_3CHO décomposées par molécule O_2; par exemple, à 150° C., chaque molécule O_2 provoque la décomposition de 140 molécules CH_3CHO. La figure 2 représente la variation de N avec la température. Cette courbe met en évidence deux points singuliers, à savoir un maximum N = 210 à 200° C. et un minimum N = 65 à 315° C.

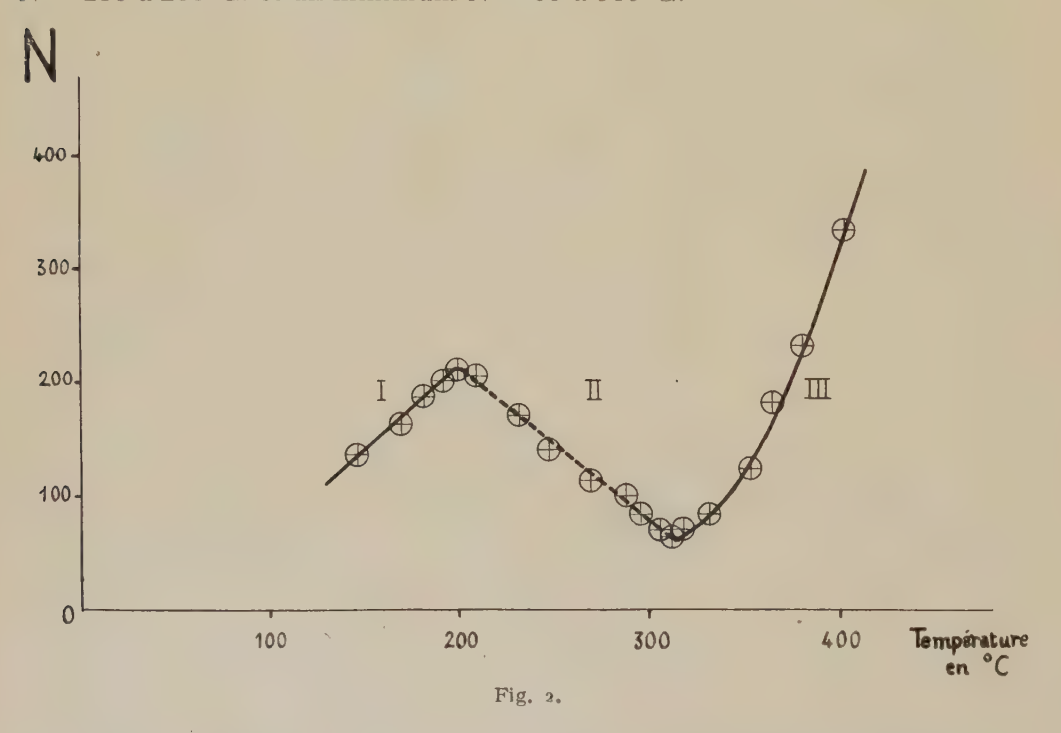


Fig. 2.

Par contre, la vitesse initiale v_0 de la réaction est une fonction constamment croissante de la température. La courbe $\log v_0 = f(1/T°K.)$ présente un coude vers 190° C. et permet de distinguer deux énergies d'activation d'Arrhenius, l'une de 13 K. cal. au-dessous de 180° C., l'autre de 24 K. cal. entre 200 et 290°. Au delà de cette dernière température, la vitesse initiale devient trop grande pour qu'on puisse la déterminer avec une précision satisfaisante.

Avant d'exposer notre interprétation de ce phénomène complexe, il importe d'en décrire d'autres caractères cinétiques et de doubler ces résultats de recherches analytiques très soigneuses sur les produits de réaction.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la nature de certains hydrates salins.* Note de M. **Edmond Grillot**, présentée par M. Paul Pascal.

La détermination de la quantité d'eau qui entre dans la composition de la plupart des combinaisons salines est souvent traitée comme un problème mineur en raison de la multiplicité fréquente des hydrates d'un même sel. La tendance à considérer un hydrate quelconque comme une association moléculaire à liaisons très lâches se traduit d'ailleurs par la conservation à peu près générale de la formulation dualistique. Or, s'il est certain que dans bien des cas les molécules d'eau ne font que s'insérer dans la maille cristalline du sel, les composés dans lesquels l'eau a pour rôle de compléter la coordinance d'un élément sont vraisemblablement plus nombreux qu'on ne le croit habituellement. Ainsi, dans des sels tels que l'acétate de plomb hydraté ou le chlorure diplombo-triacétique, l'eau est assez fortement liée aux autres éléments constitutifs (1), et il en est de même dans les stannates de sodium de formule brute $SnO_3Na_2(H_2O)_4$ et $SnO_3Na_2(H_2O)$ (2).

Les chlorostannites de potassium viennent fournir de nouveaux exemples du même phénomène. En particulier, le trichlorostannite de potassium $SnCl_3K, H_2O$ ne perd pas quantitativement son eau de *cristallisation* comme l'affirment Rimback et Fleck (3) : au lieu des 6,28 % théoriques, j'ai constaté que la perte maxima de masse subie par chauffage dans le vide à 130° n'est que de 3,005 %, et elle n'atteint encore que 3,72 % à 230° alors que le sel, déjà fondu, manifeste un commencement de décomposition. A plus haute température, celle-ci se poursuit avec dégagement de chlorure stanneux et, au rouge, il ne reste plus que la masse théorique de chlorure de potassium. L'impossibilité dans laquelle on se trouve de séparer l'eau du reste de la molécule, sans faire éclater tout l'édifice moléculaire, est une preuve indiscutable de l'importance de leur force de liaison.

Le cas des *hydrates* du tétrachlorostannite de potassium est encore plus net. Ce sel, obtenu anhydre par Poggiale (4), trihydraté par Graham (5), a été décrit mono- et di-hydraté par divers autres auteurs. Les derniers en date, Rimback et Fleck, ont fait cristalliser le monohydrate $SnCl_4K_2, H_2O$ par refroidissement brusque d'une solution aqueuse chaude concentrée de chlorure stanneux et de chlorure de potassium dans la proportion moléculaire d'un du premier pour deux du second. Ils ont, de plus, indiqué qu'à la température ordinaire, il se transforme en dihydrate $SnCl_4K_2, 2H_2O$ par contact avec sa solution-mère. En reprenant à plusieurs reprises le mode opératoire

(1) E. Grillot, *J. Chim. Phys.*, **43**, 1946, p. 183.

(2) E. Grillot et Marguerite Grillot, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1161-1162.

(3) *Ztschr. Anorg. Allg. Chem.*, **94**, 1916, p. 139-159.

(4) *Comptes rendus*, **20**, 1845, p. 1180.

(5) Cité par Rimback et Fleck (*loc. cit.*).

précédent, j'ai observé que la substance ainsi obtenue n'est jamais homogène : c'est un mélange de longues auguilles transparentes orthorhombiques et de cristaux également transparents, en forme de prismes triangulaires tronqués, dérivant du système hexagonal.

Les cristaux de la première sorte continuent d'apparaître très lentement dans le filtrat maintenu à la température ordinaire, ce qui m'a permis de les isoler et de constater qu'il s'agit de tétrachlorostannite de potassium $SnCl_4K_2$ anhydre. Par contre, des cristaux analogues à ceux de la seconde espèce se sont formés seuls en reprenant strictement la méthode décrite par Rimback et Fleck pour la préparation de l'hexachlorostannite de potassium, mais ils répondent à la formule brute $SnCl_4K_2, 2H_2O$.

La théorie classique n'explique l'obtention simultanée d'un sel et d'un de ses *hydrates* que dans le cas où leurs courbes de cristallisation concourrent en un point de transition ; mais, dans ces conditions, celui qui cristallise à la plus basse température ne peut être que l'hydrate, à l'inverse du phénomène constaté ici, qui manifeste une très grande différence de constitution entre ces deux composés.

La déshydratation de ce tétrachlorostannite de potassium hydraté $SnCl_4K_2$, $3H_2O$ vient confirmer cette manière de voir. Stable à froid en atmosphère sèche, il perd facilement une molécule d'eau à 100° : les cristaux, devenus opaques, conservent leur forme initiale. Par contre, à plus haute température, la perte d'une nouvelle molécule d'eau est accompagnée par le départ de deux molécules de gaz chlorhydrique et il reste un oxychlorostannite de potassium $SnO_2Cl_2K_2$. Ainsi, sur les trois molécules d'eau du tétrachlorostannite de potassium hydraté, une seule peut être considérée comme de l'eau d'insertion ; les deux autres, au contraire, participent à sa constitution intime.

On peut en conclure à l'existence d'un dihydro-tétrachlorostannite de potassium $[SnCl_4(H_2O)_2]K_2$, produit de la dessiccation à 100° de son monohydrate $[SnCl_4(H_2O)_2]K_2, H_2O$. En solution aqueuse, la coordinance 6, acquise par l'étain dans l'ion dihydro-tétrachlorostanneux $[SnCl_4(H_2O)_2]^-$, n'est stable qu'à chaud ; à la température ordinaire, sa lente transformation en ion tétrachlorostanneux $[SnCl_4]^-$, dans lequel l'étain admet la coordinance 4, est mise en évidence par la faible vitesse à laquelle se poursuit la cristallisation du tétrachlorostannite de potassium anhydre, au sein même du filtrat.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation de sulfures phosphorescents* (1).
Note de M. **Antoine Guntz.**

Principes de la préparation. — On chauffe à l'autoclave une solution de sel de zinc et d'hyposulfite alcalin.

---

(1) Document retiré du pli cacheté n° 8972, déposé le 20 février 1922, ouvert à la demande de l'auteur le 3 novembre 1947.

Par double décomposition il se fait un précipité constitué en majeure partie de sulfure de zinc et de soufre. Ce précipité, recueilli, est additionné, si nécessaire, de quelques substances dont le détail sera donné plus loin, et après calcination à température élevée, il se transforme en matière très phosphorescente.

Exemple de préparation. — On prend une solution de chlorure de zinc pur, c'est-à-dire que l'on a débarrassé des métaux lourds, du fer et du manganèse.

Cette purification peut être réalisée par diverses méthodes.

1° Ébullition suffisamment prolongée avec du zinc ou un métal plus électropositif comme l'aluminium, le magnésium, le calcium.

2° Électrolyse, car sous l'action du courant les métaux lourds se séparent à la cathode.

3° Double décomposition entre une solution de sulfate de zinc et un chlorure alcalino-terreux. Solutions toutes deux purifiées par cristallisation.

Pour assurer l'élimination des dernières traces de fer et de manganèse s'il y a lieu, on peroxyde la solution au moyen d'oxydants comme l'eau oxygénée, les persels, le bioxyde de plomb, l'eau de chlore ou de brome et l'on ajoute finalement un précipité de carbonate alcalino-terreux ou de carbonate de zinc pour entraîner les impuretés.

La solution d'hyposulfite est purifiée par cristallisation de préférence en milieu légèrement ammoniacal.

Cuisson à l'autoclave. — La double décomposition entre la solution de zinc et d'hyposulfite ne se produit pas à 100°; il est nécessaire de chauffer au-dessus de 150°. On opère dans un autoclave à l'intérieur duquel on dispose un récipient inattaquable, en porcelaine par exemple, où les solutions ont été mélangées en proportion convenable.

On peut par addition d'ammoniaque, de carbonate ou d'acétate alcalin, compenser à l'avance l'acidité qui résulte de la réaction de l'hyposulfite sur le sulfure de zinc. Il y a en effet intérêt à éviter à la fin de la réaction une acidité trop forte qui provoque un dégagement d'hydrogène sulfuré et rend le précipité difficile à filtrer. Cette addition d'alcali permet de diminuer la dose d'hyposulfite en évitant sa décomposition par l'acide mis en liberté.

L'addition d'alcali comme l'ammoniaque entraîne la formation d'un précipité d'oxyde et d'oxychlorure de zinc dont une partie subsiste à la fin de l'opération.

L'autoclave est chauffé au gaz ou à la vapeur pendant le temps nécessaire à une réaction complète, temps qui est d'environ deux heures sous 8^{kg} de pression. Le précipité qui s'est formé, recueilli sur filtre, est sommairement lavé. Ce précipité s'essore d'autant mieux que les eaux-mères sont moins acides, et après séchage il sera d'autant plus volumineux et friable que les eaux-mères auront été plus alcalines.

Cette méthode de préparation présente, principalement sur les anciens pro-

cédés qui utilisent la précipitation par l'hydrogène sulfuré des sels de zinc, les avantages suivants :

1° L'hydrogène sulfuré préparé par l'action de l'acide HCl sur FeS ne peut être complètement débarrassé du fer qu'il entraîne, fer qui est ensuite absorbé par le précipité de sulfure de zinc ;

2° Les solutions employées sont beaucoup plus concentrées que par les méthodes ordinaires qui conduisent à des précipités très volumineux ;

3° La préparation se fait en vase clos, sans agitation, et le précipité obtenu filtre facilement sans retenir des quantités d'eau disproportionnée ;

4° On se contente d'un lavage sommaire, les manipulations sont donc réduites au minimum et avec elles les chances de pollution.

Il n'est même point nécessaire de sécher le précipité en vue de la calcination.

Le précipité peut recevoir à tout stade de la préparation l'addition des diverses matières qui influent favorablement sur le développement de la phosphorescence par calcination.

Parmi ces substances, certains métaux lourds, comme le cuivre, agissent à des doses inférieures à 1/10000, d'autres, comme le cadmium, n'agissent qu'à des doses plus fortes. Enfin certains sels ou acides fixes constituent des fondants dont l'action utile se manifeste de diverses façons (cristallisation, désulfuration, etc.).

Calcination. — La calcination doit être poussée assez haut pour obtenir des produits cristallisés et à phosphorescence durable.

Il est avantageux de chauffer au four électrique à résistance (fils d'alliage comme le nichrome, comme le platine, ou encore avec des résistances en carbure de silicium).

Le produit à chauffer est mis dans un creuset de matière réfractaire exempte de métaux comme l'est le quartz ; le creuset, couvert, est placé dans le four et tout autour l'atmosphère doit être maintenue rigoureusement privée de vapeurs métalliques et en particulier de fer. On peut éliminer ce dernier métal en maintenant l'atmosphère oxydante. Il y a cependant intérêt à éviter malgré tout dans l'intérieur du four la présence de matières ferrugineuses ou métalliques.

La température normale de cuisson est comprise entre 1100° et 1200°; elle est maintenue pendant une heure environ.

Certaines variétés de sulfures peuvent être obtenues à température plus basse ou plus élevée. Dans ce dernier cas les cristaux sont plus gros et pour éviter qu'ils ne s'agglomèrent, il est utile d'avoir une quantité suffisante de fondant peu volatil pour retenir le chlorure de zinc.

Après calcination la masse se délite facilement dans l'eau et la poudre cristalline que l'on obtient peut être classée par tamisage. On sépare ainsi dans certains cas une autre variété de sulfure de zinc.

Sulfures de zinc et de cadmium. — Une mention spéciale doit être faite pour l'addition de cadmium. On l'effectue au cours de la préparation et de façon à

obtenir finalement une solution solide de sulfure de zinc et de cadmium. Ce dernier a pour effet, en colorant le produit, d'amener un déplacement simultané des bandes d'absorption et d'émission vers le rouge. Ce phénomène est particulièrement net avec des sulfures à phosphorescence verte dues à des traces de cuivre.

D'autres composés en se dissolvant dans le sulfure peuvent également assurer par un mécanisme semblable un déplacement des bandes d'émission.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la fusion continue des substances au four solaire.* Note [1] de MM. **Félix Trombe**, **Marc Foëx** et Mlle **Charlotte Henry la Blanchetais**, présentée par M. Paul Lebeau.

Il est établi que, par concentration du rayonnement solaire, on peut obtenir localement une densité d'énergie suffisante pour réaliser la fusion des substances les plus réfractaires [2] [3] ou produire, à très hautes températures, des réactions chimiques [4]. Le mode d'échauffement de la substance traitée dépend de sa transparence, à l'état solide et à l'état liquide, au rayonnement solaire.

Dans le cas des métaux et de certains oxydes, les calories sont concentrées en surface et se transmettent en profondeur par conductibilité thermique. Lorsque la substance est, à l'état solide, transparente au rayonnement (quartz et fluorine), elle est très difficile à fondre. L'absorption du rayonnement, due principalement à des réflexions successives sur les faces cristallines du produit solide, dépend de son état de division. Si la fusion est obtenue, les calories s'accumulent à la surface de séparation du liquide et du solide pulvérulent qui le contient. Les échanges thermiques, dus à des courants de convection dans le produit liquide, peuvent le maintenir en fusion. L'alumine est fondue facilement suivant le processus précédent.

Dans le cas des matières réfractaires, la profondeur de substance fondue est généralement très inférieure au diamètre de l'image solaire; de plus, la masse fondue, plus dense que la poudre qui lui donne naissance, tend à se soustraire, par enfoncement, à l'action du rayonnement solaire.

Pour réaliser des pièces fondues de dimensions importantes, il est nécessaire d'alimenter continuellement, en substance pulvérulente solide, la surface soumise au rayonnement. On obtient ainsi, en descendant progressivement le creuset support, une fusion continue dans le plan focal.

L'appareil que nous avons réalisé dans ce but (voir figure) comporte un

---

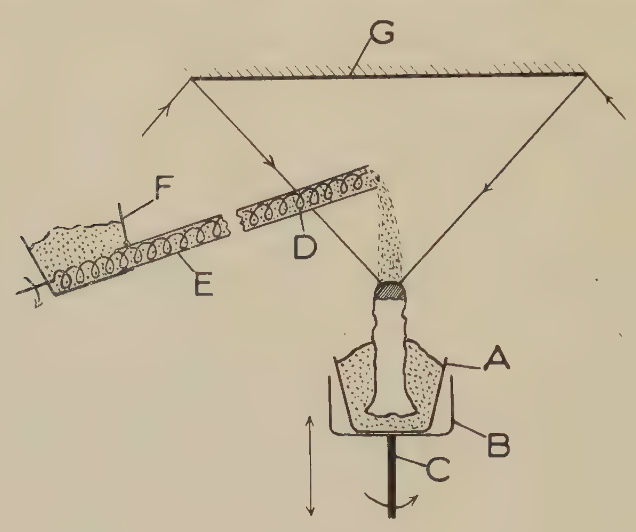
(1) Séance du 10 décembre 1947.

(2) W. M. Cohn, *Trans. Electrochem.*, 68, 1935, p. 574-580.

(3) F. Trombe, M. Foëx et Ch. Henry la Blanchetais, *Annales de Chimie*, 2, juillet-août 1947, p. 385-419.

(4) F. Trombe, M. Foëx et Ch. Henry la Blanchetais, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1073.

creuset de silice (A) placé sur un support métallique (B) contenant le produit pulvérent à fondre. Le support (B) est réglable suivant trois directions perpendiculaires afin de maintenir la partie fondue dans la zone de densité maximum d'énergie. Pour obtenir une pièce régulièrement fondue, le support (B) tourne autour d'un axe (C). Cette rotation est peu rapide, de l'ordre de 1 à 10 tours/minute. L'alimentation continue est obtenue par chute de la poudre



transportée au-dessus du plan focal à l'aide d'une vis d'Archimède (D), constituée par une spirale en nickel-chrome et tournant lentement et régulièrement dans un tube de quartz (E) et un réservoir (F). Cette disposition permet, dans l'installation de Meudon ([3]), de réduire au minimum le rayonnement intercepté par le tube de quartz entre le miroir plan secondaire (G) et le plan focal.

Le creuset tournant est déplacé continuellement vers le bas, de manière que la zone fondue, maintenue dans le plan focal, s'élève progressivement sur la matière solidifiée. La quantité liquéfiée à un instant donné reste faible en raison du gradient de température important qui existe dans la partie solidifiée. Les réglages du débit de la poudre, de la vitesse de descente du support et de la position de la zone focale par rapport à l'axe de rotation du creuset, permettent d'obtenir des tiges de diamètres variables, égaux au moins à celui de l'image solaire ($0^{cm},8$).

Lorsque l'axe de rotation du creuset est suffisamment décalé par rapport au centre de l'image focale, on peut réaliser des tubes ou des creusets.

Nous avons obtenu également, en utilisant seulement des déplacements longitudinaux et avec apport continu de substance, des tiges fondues, de section approximativement rectangulaire, d'épaisseurs et de longueurs diverses.

Avec l'appareil précédent, la glucine, l'alumine ont été obtenues en masses compactes. La vitesse de fusion de la zircone (F 2680°) est de l'ordre de 7 à 8 grammes à la minute. Des tiges de plus de 7^{cm} ont été réalisées.

La méthode décrite permet donc de fondre, en milieu oxydant, dans des formes utilisables pour différents contrôles physiques, d'importantes quantités de substances ultra-réfractaires, telles que la zircone, avec un appareil de puissance relativement faible (2,5 kW).

CHIMIE MINÉRALE. — *Nouvelle réaction analytique du bismuth.* Note de M. **Marcel Jean**, présentée par M. Paul Pascal.

En présence d'acide rubéanique, l'acide silicotungstique forme, avec les ions du bismuth, un louche blanc, qui brunit avec le temps; ce précipité se dissout immédiatement à chaud en donnant une coloration brune, stable, dont l'intensité est proportionnelle à la quantité de bismuth en œuvre.

De l'analyse du précipité, il résulte que la réaction paraît due à la formation de mélanges d'un silicotungstate complexe de bismuth et de dithio-oxamide avec des oxydes et sulfure de bismuth.

Mode opératoire. — A des doses de bismuth salifié, en milieu légèrement nitrique (par exemple 0,1 à 1^{cm^3} de liqueur de nitrate de bismuth dont $1^{cm^3} = 0^{mg},2$ Bi d'acidité nitrique environ décinormale), ajouter 10^{cm^3} du réactif suivant : acide rubéanique : $0^g,32$ et acide silicotungstique : $6^g,5$ par litre (¹). Il se produit un louche blanc. Porter à l'ébullition, ou plonger les tubes 10 minutes au bain-marie bouillant : la coloration brune apparue est proportionnelle à la dose de bismuth en œuvre.

L'acidité nitrique optimum correspond au milieu N/10, les limites extrêmes pratiques étant de 2N à pH 3, au delà desquelles la réaction perd en sensibilité. A la dose 2.10^{-5} g Bi, et à la dilution d'environ 10^{-5}, la réaction selon la technique décrite est encore nette, des doses convenables vont, par exemple, de 0,04 à $0^{mg},02$ Bi.

La réaction n'est pas perturbée par de petites quantités des ions des éléments Fe^{III}, Mn, Al, Mg, Cr^{IV}, Ar^{V}, alcalino-terreux et alcalins. Tous les éléments susceptibles de réagir avec l'acide rubéanique (Cu, Ni, Co, Ru, Pt) ou l'acide silicotungstique (Cs) seuls, sont, bien entendu, à exclure; il en est de même de Ag, Hg, Zn, Cd, Sb. Les ions Cl atténuent la réaction, les acétates et tartrates l'empêchent.

Le dosage colorimétrique du bismuth peut être fait de la manière suivante : Dans une série de fioles jaugées de 50^{cm^3}, contenant des doses de bismuth croissantes de 0,03 à $0^{mg},05$ (en milieu nitrique sensiblement décinormal), ajouter 10^{cm^3} du réactif; compléter à 50^{cm^3} avec de l'eau, et porter au bain-marie 10 à 15 minutes. La coloration est proportionnelle à la dose de bismuth

---

(¹) Dissoudre à douce température l'acide rubéanique dans 60^{cm^3} d'alcool éthylique à 95°, ajouter 500^{cm^3} environ d'eau, puis l'acide silicotungstique; celui-ci étant dissous, compléter au litre, filtrer si nécessaire.

mise en œuvre. Ce procédé est appliqué avec succès au dosage de petites quantités de bismuth dans les produits métallurgiques, dans les métaux blancs par exemple : le bismuth étant isolé sous forme d'hydrate, est redissous par 2 à 3^{cm^3} de solution d'acide nitrique environ décinormal, et l'on peut opérer le dosage colorimétrique par rapport à une gamme témoin.

SIDÉRURGIE. — *Contribution à l'étude microscopique des constituants phosphatés des minerais de fer oolithiques lorrains.* Note (1) de Mlle **Simonne Caillère** et M. **François Kraut.**

Nous résumerons dans cette Note les observations faites sur un certain nombre d'échantillons de minerais de fer oolithiques du Bassin lorrain, mis à notre disposition par l'Institut de Recherches de la Sidérurgie.

Dans ces formations, l'identification optique des produits phosphatés est rendue particulièrement difficile par le fait qu'ils sont intimement associés aux autres minéraux, notamment aux matières ferrugineuses.

On peut distinguer trois types de phosphates dans les minerais examinés : des produits colloïdaux, des substances cryptocristallines et des minéraux nettement cristallisés.

1° *Produits colloïdaux.* — Les produits phosphatés amorphes offrent deux aspects :

a. Le phosphate à l'état dispersé est lié constamment à l'hydroxyde de fer colloïdal. On observe ainsi dans les oolithes des taches jaune d'or qui tranchent sur l'enveloppe corticale. Examinées à un fort grossissement, ces taches consistent en une masse indifférenciée, englobant une multitude de minuscules grains arrondis. Parfois, cette substance s'accumule au centre des oolithes, dans d'autres cas, elle forme un mince liséré autour d'elles. Il n'est pas rare de la voir dans la gangue, soit en plages assez larges, soit sous la forme de pigment imprégnant le carbonate.

b. Concrétions. — La plupart des minerais sont riches en masses ovoïdales de dimensions comparables à celles des oolithes. Ces concrétions sont constituées par une substance identique aux pigments phosphatés; toutefois leur coloration est beaucoup plus claire car elles ne contiennent pas d'hydroxydes de fer. Cependant parfois un liséré de stilpnosidérite les entoure.

2° *Phosphates cryptocristallins.* — Le phosphate cryptocristallin appartient d'une part à des concrétions et à des rognons, d'autre part aux tissus osseux.

a. Rognons et concrétions. — Les premiers sont des masses à surface mamelonnée, les secondes ont une forme quelconque. Ils possèdent tous une couleur jaune brunâtre et une texture fibreuse avec des éléments enroulés en spirales.

---

(1) Séance du 17 novembre 1947.

Le plus souvent, cette matière phosphatée agit à peine sur la lumière polarisée, dans les autres cas, on distingue des zones concentriques où les fibres sont tantôt subnormales, tantôt parallèles à la direction des couches. Entre nicols croisés, dans les zones fibreuses, alternent des bandes claires et sombres, nettement biréfringentes, caractéristiques de la quercyite.

b. Organismes. — Des débris osseux sont constitués par un phosphate cryptocristallin dans lequel les fibres sont parallèles à l'allongement du fragment. Très souvent, une partie plus ou moins importante de ces tissus se décolore et devient nettement biréfringente. L'extinction par rapport à la direction des fibres est droite et le signe d'allongement négatif. On peut rapporter ce minéral à la dahlite, phosphocarbonate de chaux hydraté.

3° *Phosphate cristallisé.* — Alors que les phosphates amorphes et cryptocristallins ont toujours une couleur jaune, les produits bien cristallisés sont incolores. C'est ainsi que dans les concrétions et les débris organiques on observe un début de cristallisation qui se traduit, en lumière naturelle, par une décoloration locale et par une anisotropie optique entre nicols croisés. Nous avons vu d'autre part que les tissus osseux passent eux aussi à l'état cristallin sous forme de dahlite. Enfin, dans les espaces interoolithiques, apparaît un phosphocarbonate de chaux, souvent sous la forme d'un agrégat de cristaux. Lorsque ceux-ci sont bien développés, on reconnaît des sections hexagonales, divisées en six secteurs différemment orientés. Ce sont là les caractères de la francolite [2].

En résumé, les produits phosphatés se trouvent dans tous les éléments des minerais, tandis qu'à l'état cryptocristallin, ces produits se localisent dans les concrétions et les organismes. Enfin, on les voit parfois bien cristallisés dans les fossiles et le ciment.

CHIMIE ORGANIQUE, — *Action de la* N-*bromosuccinimide sur quelques hydrocarbures polycycliques*. Note [1] [2] de MM. **Buu-Hoï** et **Jean Lecocq.**

On sait que l'action substituante de la N-bromosuccinimide sur les hydrocarbures aromatiques peut porter soit sur les noyaux, soit sur les chaînes latérales [2]. Dans de nombreux cas, on aboutit à des dérivés bromés qu'il serait difficile, voire impossible de préparer par les anciennes méthodes. Le présent travail apporte une nouvelle contribution à ce domaine; le comportement vis-à-vis de la bromosuccinimide des hydrocarbures polycycliques a été examiné : *diphényle*, *fluorène* et *nitro*-2 *fluorène*, *diméthyl*-1.2 *naphtalène* et *diméthyl*-1.6 *naphtalène*, *β-méthylanthracène*, *rétène*, *pyrène*, *chrysène* et

(2) S. Caillère et F. Kraut, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 862-863.

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) Voir bibliographie in Buu-Hoï et J. Lecocq, *J. chem. Soc.*, 1946, p. 830.

*benzo-*1.2 *anthracène* (le solvant utilisé est soit le tétrachlorure de carbone, soit le benzène).

a. Diphényle. — On sait que le benzène n'est pas notablement attaqué dans les conditions normales ([2]), mais que la présence de catalyseurs (Cl_3Fe, Cl_2Zn) rend la substitution possible ([3]). Le diphényle se comporte comme le benzène : non attaqué, même après un chauffage de plusieurs jours, il fournit le *bromo-4 diphényle* (F 90°) lorsqu'on ajoute du chlorure ferrique.

*b. Fluorène et nitro-*2 *fluorène.* — On sait que le phényl-9 fluorène est très facilement attaqué avec formation de bromo-9 phényl-9 fluorène ([1]). Le fluorène lui-même est

(I) : R = H
(II) : R = NO_2
R
Br

(III) R = Br
(IV) R = CO_2H
-CH_3
CH_2R

aisément converti en *bromo-*9 *fluorène* (I) (F 104°), dont c'est sans doute la meilleure méthode de préparation. Le nitro-2 fluorène est encore plus réactif, et fournit le bromo-9 nitro-2 fluorène (II); il est intéressant de noter que le fluorène est plus substituable que le diphénylméthane.

*c. Diméthyl-*1.2 *et diméthyl-*1.6 *naphtalènes.* — Ces deux corps sont intéressants à étudier, car ils ont un méthyle en α et l'autre en β. Le premier réagit vigoureusement à l'ébullition de CCl_4, et donne naissance à un mélange de bromométhyl-1 méthyl-2 naphtalène (III) et de méthyl-1 bromométhyl-2 naphtalène dans lequel semble prédominer (III), car par action de CNK, puis saponification du nitrile intermédiaire, on obtient un mélange d'acides duquel on retire par cristallisation l'acide *méthyl-*2 *naphtyl-*1 *acétique* (IV) F 178° (de l'alcool dilué). Cet acide est identique à celui que l'on obtient en chlorométhylant le β-méthylnaphtalène, faisant agir CNK, et saponifiant le nitrile obtenu ([4]). Le diméthyl-1.6 naphtalène réagit également avec vigueur sur la bromo-succinimide, fournissant un *bromodiméthyl-*1.6 *naphtalène* liquide ($É_{0,2}$ 135-140°, $n^{18°}$ 1,6508) auquel correspond un *nitrile* également liquide ($É_{13}$ 178-180°). Ce nitrile, saponifié, conduit à un mélange des deux acides méthylnaphtylacétiques possibles que nous n'avons pu fractionner.

d. β-Métylnaphtalène. — Ce carbure réagit assez paresseusement (2 heures de chauffage). On isole deux dérivés substitués : l'un très peu soluble dans CCl_4 (aiguilles F 174-176° très solubles dans C_6H_6), l'autre très soluble dans CCl_4 (aiguilles jaune pâle F 93°). La constitution de ces deux corps est actuellement à l'étude.

e. Rétène (V). — Ce carbure réagit très vivement, et une fois la réaction amorcée, elle se continue d'elle-même. C'est le groupement méthyle qui est attaqué, car le *bromorétène* obtenu réagit sur CNK en milieu acétonique pour donner un *nitrile réténylacétique* saponifiable en un acide F 162° (décomp.) (poudre microcristalline presque incolore, très soluble dans C_6H_6) qui est l'*acide isopryl-*7 *phénanthryl-*1 *acétique* (VI).

—CH<CH_3 CH_3
CH_2R
(V) R = H
(VI) R = CO_2H

Br
(VII)

([3]) H. Schmid, *Helv. chim. Acta*, **29**, 1946, p. 1144.

([4]) Buu-Hoï et P. Cagniant, *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 315.

f. Pyrène. — Le pyrène fournit avec d'excellents rendements le bromo-3 pyrène (VII) fondant à 95° et distillant sans décomposition sous vide ($É_{1,8}$ 238-240°).

g. Chrysène. — Le chrysène est également très actif et, des produits de la réaction, on isole par cristallisation fractionnée du *bromo-2 chrysène* F 152° (VIII).

Br (VIII) Br (IX)

h. Benzo-1.2 anthracène. — Ce carbure est aussi très réactif, et l'on obtient ici avec de très bons rendements le bromo-10 benzo-1.2 anthracène (IX).

Conclusions. — La N-bromosuccinimide constitue ainsi un excellent moyen d'attaque des molécules d'hydrocarbures polycycliques qui, par leur complexité, réagissent trop fortement avec le brome libre; dans certains cas tels que celui du rétène, la bromosuccinimide permet d'attaquer sélectivement un radical resté inerte vis-à-vis de tous les réactifs essayés jusqu'ici.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des sels d'acides gras sur les halohydrines des polyalcools.* Note (¹) de M. **Pierre Savary**, présentée par M. Marcel Delépine.

Pour préparer les esters partiels d'acides gras et de polyalcools, on a signalé, voici déjà longtemps (²) (³), qu'il serait possible de faire réagir les sels d'acides gras sur les halohydrines de ces polyalcools.

Un tel procédé n'est cependant pas irréprochable; le stéarate d'argent, par exemple, traité par l'α-monoiodhydrine du glycérol, donne principalement du glycide (⁴).

En outre, il subsiste d'autres difficultés. On sait, par exemple, que les monoglycérides ne sont pas stables; lorsqu'on les chauffe, ils tendent à se transformer en fournissant un mélange des divers esters possibles : mono-, di- et triglycéride (⁵). On doit obtenir à l'équilibre le mélange d'esters que fournirait l'estérification directe d'une molécule d'acide gras par une molécule de glycérol.

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) Krafft, *Ber. d. chem. Gesells.*, 36, 1903, p. 4339.

(3) Guth, *Zeits. f. Biol.*, 44, 1903, p. 78; Grün et Wittka, *Ber. d. chem. Gesells.*, 54, 1921, p. 273; Grün et Limpacher, *Ber. d. chem. Gesells.*, 59, 1926, p. 690; Brash, *J. Soc. Chem. Ind.*, 46, 1927, p. 480; Heiduschka et Schuster, *J. prakt. Chem.*, 120, 1928, p. 145.

(4) Grün et Limpacher, *Ber. d. chem. Gesells.*, 59, 1926, p. 690.

(5) Mlle Ivanoff, *Thèse d'Université*, Marseille, 1945.

Cette transestérification étant catalysée par les savons alcalins, on doit s'attendre à ce que les esters obtenus dans le procédé de Krafft évoluent à mesure qu'ils se sont formés.

J'ai constaté le même fait en voulant faire réagir les savons de potassium ou de plomb sur la quantité voulue de 2.2-dibromométhylpropane 1.3-diol, pour préparer les diesters gras de la pentaérythrite. Les esters obtenus avaient constamment un indice d'hydroxyle beaucoup plus bas que ne l'indique la théorie.

1° *Palmitate de potassium.*

Durée de chauffage.	Rendement en esters.	I_{OH} du produit.
1 h 30 à 160°	82 % du poids théorique	constamment
6 h »	100 % »	très voisin
15 h »	100 % »	de 135

2° *Palmitate de plomb.*

30 min à 150°	70 % du poids théorique	120

Cet abaissement de l'indice d'hydroxyle s'explique : la transestérification est accompagnée, à côté de la formation d'esters plus complets de la pentaérythrite, d'une mise en liberté de monoester et de polyalcool. Ce dernier reste insoluble dans les dissolvants organiques, lors de l'isolement du mélange d'esters obtenu; d'où une diminution apparente du nombre de groupements OH libres.

On peut calculer que les esters obtenus à partir du palmitate de potassium ne contiennent qu'environ 55 % du dipalmitate cherché, et 45 % dans le cas du palmitate de plomb.

Le même phénomène se produit déjà dans le cas particulièrement simple du palmitate de potassium réagissant sur la monochlorhydrine du glycol, prise en quantité théorique ou en léger excès :

Durée de chauffage.	Rendement en esters de la théorie (%).	I_{OH} du produit.
7 heures à 160°	90	134
5 » 125	80	129

Le mélange obtenu contient environ 70 % environ de l'ester cherché.

Ceci se rattache bien à ce que l'on sait de la transestérification dans le domaine des corps gras; les groupements acyles, à chaud, tendent à se répartir entre les divers esters possibles, et il y a tendance à la formation d'esters complets plus stables.

On ne devrait alors pouvoir obtenir les esters partiels cherchés à peu près purs que si la réaction des savons sur les dérivés halogénés était considérablement plus rapide que la transestérification ultérieure de l'ester formé en premier lieu, ce qui ne semble pas être général.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques cyano- et aminocyclanols.* Note (1) de MM. **Max Mousseron, François Winternitz** et **Jean Jullien**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans le présent travail nous avons abordé l'étude d'un certain nombre de composés alicycliques possédant simultanément des fonctions juxta- et extranucléaires :

—OH
—CH_2NH_2
(I)

CH_3
—OH
CH_2NH_2
(II)

Aminométhyl-2 cyclopentanol (I). — $É_{15}$ 122°, d_{25}^{25} 1,017, n_D^{25} 1,4887, donnant un complexe cuivrique, est obtenu par hydrogénation alcool-sodium du cyano-2 cyclopentanol, $É_{18}$ 141-142°, d_{25}^{25} 1,061, n_D^{25} 1,4673, préparé par action du cyanure de potassium sur le chloro-2 cyclopentanol *trans*.

Aminométhyl-2 cyclohexanol. — $É_{17}$ 133°, F 30-31°, d_{25}^{25} 1,007, d_D^{25} 1,4910, chlorhydrate F 149-150°, constante de dissociation K_{25} 1,5.10^{-4}, complexe cuivrique, préparé par hydrogénation du cyano-2 cyclohexanol (2), $É_{16}$ 145-146°, F 46°, d_{25}^{25} 1,047, n_D^{25} 1,4767, provenant de l'action du cyanure de potassium sur le chloro-2 cyclohexanol *trans* (3), la chlorhydrine *cis* ne réagissant pas, le passage par une forme époxydique étant nécessaire.

Cet amino-alcool est encore obtenu, accompagné d'une faible quantité de son stéréoisomère, lors de l'hydrogénation par l'isopropylate d'aluminium de la cyano-2 cyclohexanone (4), l'hydrogénation par le nickel Raney conduisant à l'aminométhène-2 cyclohexanone (5).

Le tartrate acide droit de l'amino-alcool *d.l*, F 158-160°, α_{579} + 15°,9 (*c* 7 %, eau), par cristallisation fractionnée dans l'alcool à 80° conduit au tartrate *d* de l'aminométhyl-2 cyclohexanol *d*, F 174°, α_{579} + 29°,38, α_{546} + 33°,33 (*c* 7 %, eau) puis à l'amino-alcool libre, α_{579} + 53°,1, α_{546} + 60°,7.

L'action du pentachlorure de phosphore sur l'amino-alcool mène à l'aminométhyl-2 chloro-1 cyclohexane, $É_{25}$ 105-107°, d_{25}^{25} 1,055, n_D^{25} 1,4940 constante de dissociation K_{25} 1,9.10^{-4} et constante d'hydrolyse K'_{80} 20.10^{-4}.

Méthylol-2 amino-1 cyclohexane. — $É_{13}$ 125-130°, chlorhydrate F 148-150°,

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) Friese, *Ber. d. chem. Ges.*, **64**, 1931, p. 2103.

(3) Koetz et Hoffman, *J. f. prakt. Chem.*, **110**, 1926, p. 112.

(4) Meyer, *Helv. chim. Acta.*, **16**, 1933, p. 1291; Auwers et Enbergs, *Ann. der Chemie*, **441**, 1925, p. 68.

(5) Basu et Banerjee, *ibid.*, **516**, 1935, p. 243.

obtenu en faisant réagir l'ammoniaque à 120° pendant 12 heures sur le méthylol-2 chloro-1 ou bromo-1 cyclohexane [6].

Méthyl-1 aminométhyl-2 cyclohexanol. — $É_{14}$ 123-125°, d_{25}^{25} 0,992, n_D^{25} 1,4861, dérive du méthyl-1 chloro-2 cyclohexanol *trans* par action du cyanure alcalin suivie d'une hydrogénation alcool-sodium de la cyanhydrine, $É_{14}$ 136°, d_{25}^{25} 1,033, n_D^{25} 1,4757.

(*Amino-1₂ éthyl-*)1 *cyclohexanol.* — La chlorhydrine du méthène cyclohexane [7] conduit, après action du cyanure de potassium au cyanométhyl-1 cyclohexanol, $É_{14}$ 148°, d_{25}^{25} 1,048, n_D^{25} 1,4796 et, après hydrogénation, à l'amino-alcool correspondant.

Notons encore que le cyanure de potassium réagissant soit sur le méthyl-1 chloro-3 cyclohexanol-4, soit sur le méthyl-1 chloro-4 cyclohexanol-3 [8], conduit dans les deux cas au méthyl-1 aminométhyl-4 cyclohexanol-3 (II), tartrate acide F 155-157°, prouvant ainsi le passage par une forme époxydique.

L'établissement de la structure de ces divers amino-alcools a été réalisé par désamination nitreuse, qui fera l'objet d'une Note ultérieure.

Cyanocyclènes. — Lorsque l'on fait réagir le pentachlorure de phosphore sur le cyano-2 cyclohexanol, on isole à côté du cyano-1 cyclohexène un mélange de dérivés chlorés semblable à celui qui provient de l'action du chlorure de thionyle ou encore du pentachlorure de phosphore sur le cyano-1 cyclohexanol [9] et constitué en majeure partie par du cyano-1 chloro-2 cyclohexane à côté du cyano-1 chloro-1 cyclohexane, dont les amides obtenus par action de l'eau oxygénée [10] sont fusibles respectivement à 161-162° et 115° [11].

Le bromo-1 cyclohexène-2 et le chloro-1 cyclopentène-2 [12] conduisent aux nitriles par condensation avec le cyanure de potassium. L'eau oxygénée permet de saisir les amides purs correspondants, sans déplacement de la double liaison, F 144° et F 143° [13].

L'acide chlorhydrique gazeux réagissant sur les nitriles α et β éthyléniques, engendre un seul cyano-2 chloro-1 cyclohexane [14], amide F 161-162°; l'acide perbenzoïque et l'acide hypochloreux n'ont action que sur le nitrile cyclohexénique β-éthylénique, cependant que les organomagnésiens conduisent à des cétones, seulement dans le cas des nitriles α-éthyléniques.

---

(6) NENITZESCU et PRSEMETZKI, *Ber. d. chem. Ges.*, **74**, 1941, p. 176.
(7) TIFFENEAU, WEILL et Mlle TCHOUBAR, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 147.
(8) KOETZ et HOFFMANN, *loc. cit.*
(9) VAN COILLIE, *Bull. Soc. Chimique Belge*, **42**, 1933, p. 419.
(10) RADZIZEWSKI, *Ber. d. chem. Ges.*, **18**, 1885, p. 355.
(11) BRAUN, JOSTES et MUNCH, *Ann. der Chemie*, **453**, 1927, p. 128; PRICE et SCHWARTZ, *J. amer. chem. Soc.*, 62, 1940, p. 2891.
(12) DAVID, DUPONT et PAQUOT, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **11**, 1944, p. 561.
(13) BUU-HOÏ et CAGNIANT, *ibid.*, **12**, 1945, p. 978.
(14) COCKER, LAPWORTH et PETERS, *J. Chem. Soc.*, 1931, p. 1382.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation periodique des chloraloses. Conséquences analytiques et théoriques.* Note (1) de M. **Henri Griffon**, présentée par M. Maurice Javillier.

Le chloralose ne donne pas directement la réaction de J. H. Ross (2) caractéristique du chloroforme, du chloral et plus généralement des dérivés trihalogénés. Tout se passe *comme si le groupement trihalogéné y était entièrement dissimulé.* Ce groupement semble cependant libéré et devient par suite *révélable* si, avant d'appliquer la réaction de Ross, on fait subir au chloralose une hydrolyse en milieu acide (3) *ou mieux une oxydation.* On a proposé à cette fin l'emploi du permanganate de potassium (4) ou la minéralisation sulfo-perhydrique (5), qui laisse seulement subsister le groupement trichloré sous forme d'acide trichloracétique. Les mélanges sulfo ou nitro-chromiques (6) donnent d'excellents résultats comme je l'ai constaté. Ces procédés permettent bien de révéler le groupement trichloré, mais il est difficile d'en tirer une indication précise concernant la spécificité de la réaction en vue d'applications analytiques. En effet, on ignore à quel degré ils poussent l'oxydation, hormis pour la minéralisation sulfo-perhydrique qui va au delà du nécessaire. Or, selon Fleury et Mlle Jolly (7) *l'acide periodique oxyde les chloraloses* α et β avec formation des deux aldéhydes correspondants et d'aldéhyde formique par arrachement du carbone terminal de la chaîne glucidique. Ce processus d'oxydation me suggéra qu'il pouvait provoquer la libération concomitante du groupement $-C\equiv Cl_3$ à l'égard de la réaction de Ross. Il en est effectivement ainsi, d'où la technique et les déductions suivantes :

Mode opératoire. a. Oxydation periodique. — La prise d'essai en nature ou en solution aqueuse est additionnée dans un tube à essai de 2^{cm^3} de solution M/10 d'acide periodique (8). Après agitation, on laisse 5 minutes en contact à la température ordinaire. *b. Réaction de Ross.* — On ajoute au mélange 2^{cm^3} de lessive de soude, puis 1^{cm^3} de pyridine. On agite et place au B. M. bouillant pendant 2 minutes. La pyridine se sépare à la partie supérieure limpide et colorée en rose ou rouge cerise suivant la dose de produit mise en œuvre. La couche de liquide inférieure est limpide et incolore.

Conséquences analytiques. — 1° *Les chloraloses* donnent la réaction. Le chloralose β difficilement soluble, doit être parfaitement dissous avant l'addition du réactif periodique.

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *J. Biol. Chem.*, 58, 1923, p. 641.

(3) P. Chéramy, *Journ. pharm. et chim.*, 9e série, 1, 1940, p. 237.

(4) M. Mascre, C. Maillard et J. Loiseau, *Bull. Sc. pharmacol.*, 47, 1940, p. 281.

(5) L. Truffert, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 24, 1942, p. 195.

(6) H. Cordebard, *L'oxydation chromique en analyse quantitative. Thèse doct. pharm.*, Nancy, 1942.

(7) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 688.

(8) Periodate de sodium $29^g,4$; SO_4H_2N 30^{cm^3}; eau distillée q. s. p. 1000^{cm^3}. Avec le periodate de potassium, il faut $34^g,2$ de sel et doubler le volume de la solution sulfurique.

2° *La limite de sensibilité* est inférieure à $0^{mg},01$. *L'intensité maxima* est atteinte après 5 minutes à la température ordinaire, presque instantanément à l'ébullition. 3° La *tonalité* et l'*intensité* de la réaction restent stables pendant plus de 6 heures pour les quantités inférieures à $0^{mg},1$, pendant plusieurs jours pour les quantités supérieures. 4° La technique permet le *dosage colorimétrique* des chloraloses par usage d'une gamme témoin ou d'un colorimètre. On peut diluer la couche colorée de pyridine avec de l'oxyde ou de l'acétate d'éthyle.

Conséquences théoriques. — La réaction de Ross a été appliquée aux aldéhydes et aux acides chloraliques ([9]), ainsi qu'aux deux chloraloses avant et après oxydation periodique.

	Directement.	Après oxydation periodique.
Chloralose α	négative	positive
» β	»	»
Aldéhyde α	*positive*	»
» β	très faible	»
Acide α	négative	négative
» β	»	très faible

L'aldéhyde α, comme on pouvait s'y attendre, donne *directement* la réaction. Cela confirme que la réaction donnée par le chloralose α après oxydation periodique est bien due à cet aldéhyde. Pour *l'aldéhyde β*, une oxydation supplémentaire serait nécessaire pour libérer complètement le groupe trichloré. Pour les *acides α et β*, leur fonction trichlorée est à *nouveau dissimulée* comme dans les chloraloses. Ces constatations conduisent à penser, relativement à la structure des chloraloses, que l'intégrité de la chaîne carbonée ne conditionne pas à elle seule la dissimulation du groupement $-C\equiv Cl_3$ à la manière d'un empêchement stérique et que l'oxydation semble modifier directement la structure du reste de la molécule.

En résumé : 1° L'oxydation des chloraloses par l'acide periodique révèle leurs groupements trichlorés qui deviennent directement décelables par application de la réaction de Ross. La technique, simple et élégante, est susceptible d'application qualitative et quantitative : recherche et dosage du chloralose dans l'urine, le sang et les viscères ([10]) en vue du diagnostic des intoxications par cet hypnotique. 2° La spécificité de cette technique, notamment pour le chloralose α, est très grande, puisqu'elle est donnée par les aldéhydes chloraliques qui représentent la molécule entière du chloralose privée seulement du chaînon terminal de la chaîne glucidique. Il y a là un progrès sur les méthodes qui effectuent l'oxydation préalable à un degré indéterminé ou minéralisent presque intégralement la molécule. 3° Cette étude ouvre la possibilité de continuer les recherches de Fleury et Mlle Jolly sur la constitution des chloraloses.

([9]) Ces produits m'ont été confiés par M. P. Fleury.

([10]) H. Griffon et R. Le Breton, *C. R. Soc. Biol.*, **130**, 1939, p. 535.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Au sujet d'un mode nouveau d'épitaxie du chlorure de potassium sur les micas.* Note de M. **Louis Royer**, présentée par M. Charles Mauguin.

1. M. G. Deicha (¹)(²) signale qu'il a réalisé un mode nouveau d'épitaxie du chlorure de potassium sur les micas se faisant de telle sorte qu'une face $p(001)$ des cristaux cubiques de KCl coïncide avec la face de clivage $p(001)$ du mica et qu'en outre les deux diagonales [110] et [$1\bar{1}0$] de la face $p(001)$ du cube de KCl ont mêmes directions que les deux rangées [100] et [010] de la face de clivage $p(001)$ du mica. Cet accolement nouveau diffère des deux types d'épitaxie de KCl sur le mica que j'ai décrits (³) par le fait que le plan d'accolement de KCl n'est plus le plan $a^1(111)$, mais bien le plan $p(001)$.

Cet accolement de KCl sur le mica suivant une face du cube paraît surprenant à première vue. A ce titre, il mérite une attention particulière, sous réserve toutefois que des expériences faites dans des conditions bien définies, vérifient la réalité d'un pareil accolement sur un assez grand nombre d'échantillons pour que cette nouvelle orientation ne puisse être considérée comme un fait du hasard.

Pour expliquer ce nouvel accolement de KCl et d'autres halogénures alcalins suivant une face $p(001)$ sur le mica, M. G. Deicha fait valoir que la méthode qu'il emploie pour obtenir à partir d'une solution aqueuse ces cristaux orientés, est telle que « par évaporation on peut réaliser une sursaturation suffisante pour que les ions puissent se fixer aux emplacements approximatifs qui s'offrent à eux à la surface du cristal support » (⁴). En d'autres termes, M. G. Deicha admet que ces cristaux de KCl, accolés par une face du cube, sont des cristaux qui prennent naissance au contact du mica et qui grâce à ce fait et à la sursaturation suffisante de la solution étalée sur le cristal support, sont contraints de s'accoler au mica par une face $p(001)$.

Rien ne s'oppose d'ailleurs, comme le montre l'expérience (⁵), à ce que certains cristaux de KCl, obtenus au cours du même essai, ne s'accolent pas suivant une face du cube, mais bien suivant une face de l'octaèdre dans l'une des deux positions à angle droit déjà connues.

On est donc amené à conclure qu'en employant la méthode décrite par M. G. Deicha, le mica impose aux cristaux de KCl qui prennent naissance au contact de son plan de clivage $p(001)$ de s'accoler tantôt suivant un plan du cube $p(001)$, tantôt suivant un plan de l'octaèdre $a^1(111)$.

(¹) *Bull. Soc. Franç. de Minéralogie*, 69, 1946, p. 16 et 19.
(²) *La Nature*, N° 3143, 1947, p. 279-282.
(³) *Bull. Soc. Franç. de Minéralogie*, 53, 1931, p. 82-85.
(⁴) *La Nature*, N° 3143, 1947, p. 288.
(⁵) G. Deicha, *La Nature*, n° 3143, 1947, Microphoto et Texte, p. 281.

2. Une remarque importante toutefois s'impose à ce sujet.

On sait que KCl, qui ordinairement cristallise en cubes, peut se déposer en octaèdres ou en dodécaèdres rhomboïdaux à partir de solutions contenant certaines matières susceptibles de modifier le faciès des cristaux de KCl.

Or, pour être certain que l'orientation nouvelle de KCl suivant une face du cube est bien imposée par le cristal support lors de la formation du cristal de KCl au contact du plan de clivage $p(001)$ du mica, il est nécessaire et suffisant, de vérifier, comme je l'ai fait pour l'accolement de KCl sur le mica suivant une face de l'octaèdre, que cette orientation nouvelle est indépendante de la forme cristalline du chlorure de potassium qui se dépose. Donc, tout en employant la méthode préconisée par M. G. Deicha, il est indispensable de démontrer par une expérience, cruciale à mon avis, que si les cristaux de KCl qui se déposent au contact du mica sont limités extérieurement non plus par les faces du cube, mais par les faces de l'octaèdre, du dodécaèdre rhomboïdal ou même d'autres formes, leur plan d'accolement est néanmoins toujours un plan du cube $p(001)$.

3. Si l'expérience vérifie cette condition, il reste à donner l'interprétation cristallographique de ce nouvel accolement suivant une face de cube.

On ne saurait suivre à ce sujet M. G. Deicha [6] lorsqu'il déduit la possibilité d'un accolement de KCl suivant une face du cube du fait que KCl donne lors de son accolement sur le mica suivant la face a^1 (111) deux orientations à angle droit, la rangée [110] de KCl coïncidant tantôt avec la rangée [100], tantôt avec la rangée [010] du mica.

J'ai montré, en effet, que ces deux orientations de KCl suivant une face de l'octaèdre étaient dues à *deux* facteurs : la quasi-identité de dimensions et la quasi-identité de formes des mailles planes en présence.

Or, si dans l'accolement de KCl suivant une face du cube, on peut admettre une quasi-identité de dimensions suffisante entre la maille construite sur les deux rangées [110] et $[1\bar{1}0]$ du plan p (001) de KCl et la maille définie par les deux rangées [100] et [010] du plan p (001) du mica, la quasi-identité de formes entre ces deux mailles planes telle qu'elle existe lors de l'accolement de KCl suivant une face de l'octaèdre, n'est plus réalisée. Il est en effet impossible de construire dans le plan p (001) de KCl une maille pseudosénaire qui pourrait lors de l'épitaxie coïncider avec la maille pseudosénaire du plan p (001) du mica.

L'explication de l'accolement de KCl suivant une face du cube sur le plan de clivage du mica doit donc nécessairement être différente de celle que j'ai donnée pour justifier l'accolement de KCl sur le mica suivant une face de l'octaèdre.

---

(6) *Bull. Soc. Franç. de Minéralogie*, 69, 1946, p. 20.

TECTONIQUE. — *Sur la découverte de grès et poudingues viséens à l'ouest de Boën, dans le Forez, et sur l'âge des formations cristallophylliennes sous-jacentes.* Note [1] de M. **André Demay**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Il résulte de mes recherches de 1932 [2] que, dans la région de Boën, existent, non pas une ou deux grandes failles dirigées NW et WNW, figurées soit par Le Verrier (Feuille de Montbrison, 1re éd.), soit plus tard, en 1941, par MM. J. Jung et O. Vachias (2e éd.), qui sépareraient les formations anciennes et les terrains paléozoïques, mais des accidents échelonnés, dirigés NNW, séparant des panneaux où l'on peut étudier les relations des formations paléozoïques et des gneiss et granites sous-jacents. Mes recherches de 1945 ont mis en évidence des faits nouveaux importants.

La faille de Saint-Laurent-Rochefort, qui coïncide en partie avec la faille du Forez, de Le Verrier, la faille de Leigneux, immédiatement à l'est du Lignon, et la faille de Prélion, dirigées N ou NNW et une faille NW, à Sail-sous-Couzan, sont toutes marquées en général par des zones mylonitiques. La première met en contact le microgranite carbonifère de Saint-Laurent et le granite porphyroïde de Saint-Julien-la-Vêtre. Les autres séparent deux panneaux, celui du Grand-Miaulant à l'ouest du Lignon et celui de Boën, limité à l'Est par la fosse tertiaire du Forez.

J'ai découvert, *dans le panneau de Boën, deux petits lambeaux viséens*, celui de Leigneux et celui des Junchuns, les plus méridionaux de tout le Massif Central, au nord de la Montagne Noire. Ce sont des grès fins ou grossiers, parfois à ciment calcaire, souvent des arkoses, et des poudingues, qui comprennent des galets de microgranite, d'aplite et d'un granite à biotite, orthose, plagioclases, quartz en grains ou en plage, identique au granite de base. Ils sont presque complètement entourés par du microgranite, qui les absorbe, et traversés par de petits filons de microgranite.

D'autre part, dans la même région, au nord et à l'ouest de Sail-sous-Couzan affleurent des *schistes feldspathisés, à grain fin, à chlorite et biotite, des schistes chloriteux et amphiboliques feldspathisés* et des *gneiss amphiboliques*, exceptionnellement des micaschistes (série de Sail), qui correspondent en partie au *complexe andésitique dévono-dinantien métamorphisé* de la feuille de Montbrison (2e édition).

En fait, ils présentent au microscope un aspect différent des cornes vertes de

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *Bull. Serv. Carte Géol. France*, 36, 1933, p. 178, et Carte géologique au 320000e (feuille de Lyon), 1939.

Saint-Germain-Laval, attribuées plus au Nord au même complexe. Ce sont ici des termes de métamorphisme régional, nettement schisteux, bien orientés, très proches des schistes chloriteux et amphiboliques qui affleurent sous le Viséen, entre Balbigny et Violay ([3]), et de ceux de la Brévenne, dans la zone lyonnaise.

Au-dessous d'eux, j'ai observé, dans un ensemble de paragneiss à biotite ou en enclave dans les gneiss granulitiques, des schistes à chlorite, biotite et très petits feldspaths et des gneiss amphiboliques (ouest de Sail, ouest et sud de Prélion), *qui accusent leur liaison avec les paragneiss et gneiss d'injection du Forez.*

Les *paragneiss à biotite*, avec des lits d'injection aplitique, affleurent surtout au sud de Prélion. Les *gneiss granulitiques, gneiss d'injection alcalins à biotite et muscovite, peut-être, en partie, des orthogneiss*, formés aux dépens des précédents ou de la série de Sail, tiennent la plus grande place jusqu'au granite de base. Souvent d'inclinaison faible ou même à peu près horizontaux, ils accusent, comme les gneiss d'injection du Lyonnais ou des Cévennes, *un laminage intense, suivi d'une recristallisation presque complète*, puis de déformations finales, souvent réduites.

Près de Sail, sur la rive gauche du Lignon, j'ai observé des gneiss d'injection intercalés dans la série de Sail, et, un peu plus à l'Ouest, des enclaves d'amphibolite, de schiste chloriteux feldspathisé, exceptionnellement de quartzite à tourmaline, dans les gneiss d'injection.

Près de Leigneux, les *amphibolites de la série de Sail sont renversés sur le Viséen.* Au nord-est de Sail, le Viséen des Junchuns, séparé des amphibolites par du microgranite sur 50 à 100^{m}, est dépourvu de tout métamorphisme et peu incliné (pendage Nord d'environ 30°), alors que les amphibolites ont une plongée Nord très forte ou subverticale. On ne peut donc douter que *le Viséen soit ici nettement discordant et transgressif sur la série de Sail.*

Bien que de faciès différent, les cornes amphiboliques et aussi pyroxéniques (d'après mes observations près de Saint-Germain-Laval), certainement dévono-dinantiennes, des lambeaux paléozoïques de Ferrières, Saint-Just-en-Chevalet, Saint-Germain-Laval, les dernières à moins de 9^{km} de l'affleurement de Leigneux de la série de Sail, lui aussi au contact du Viséen, évoquent pour celle-ci un *âge dévono-dinantien*, d'ailleurs admis par MM. J. Jung et O. Vachias. Mais si cet âge, encore un peu incertain, est exact, il entraîne un *âge identique pour le métamorphisme des paragneiss et pour la phase d'injection des gneiss granulitiques de la région de Boën et, de l'autre côté de la fosse tertiaire du Forez, pour la série chloriteuse et amphibolique qui affleure sous le Viséen, entre Balbigny et Violay, et pour le métamorphisme essentiel de la zone lyonnaise.*

([3]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1832.

J'ai signalé ici même, en juillet dernier (*loc. cit.*, p. 1834), des faits qui, avec un peu de doute, conduisent directement à cette conclusion. Les observations, de part et d'autre de la fosse tertiaire de Forez, s'accordent et s'étayent mutuellement.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur la présence et la fréquence du type pétrographique des houilles mixtes dans les bassins paraliques et dans les bassins limniques.* Note (¹) de M. **André Duparque.**

De l'ensemble de mes recherches sur les houilles provenant, tant de *bassins paraliques* que de *bassins limniques*, on peut conclure que toutes les houilles, qu'elles soient d'âge westphalien ou stéphanien, se classent dans l'un des trois types que j'ai définis en décrivant les houilles du Nord et du Pas-de-Calais. J'avais été amené alors à signaler que les *houilles mixtes* étaient rares dans ce dernier gisement, non sans faire observer que la rareté de ces houilles mixtes pouvait n'être qu'apparente et imputable, soit aux conditions d'exploitation du moment, soit à la disparition par plissement et érosion des parties des veines de houille qui les contenaient (²). L'existence de ce type mixte, faciès intermédiaire entre les *charbons de cutine* et les *charbons ligno-cellulosiques*, vient confirmer mon hypothèse que la différenciation de ces deux types de houilles est originelle et déterminée par la nature des accumulations végétales qui leur ont donné naissance, les variétés de chacun de ces types résultant, soit de variations dans les conditions de sédimentation, soit de diagenèses précoces.

La réserve que j'avais faite sur le caractère très relatif de la rareté de ces houilles mixtes s'est trouvée rapidement justifiée par une étude des houilles de Courrières (³) qui a montré *que les huit veines du siège* n° 10 *étaient constituées uniquement*, du toit au mur, *par des charbons mixtes* qui passent au Sud à des *charbons de cutine* et au Nord à des *charbons ligno-cellulosiques*. Ces faits d'observation apportent une confirmation de plus à ma conclusion antérieure que ces trois types de houille résultent des variations latérales des conditions de dépôt, les charbons de cutine *représentant un faciès moins littoral* que les houilles mixtes et ligno-cellulosiques. Ces mêmes faits, appuyés par une abondante figuration (⁴), montrent que, contrairement à une affirmation récente (⁵),

---

(¹) Séance du 22 décembre 1947.

(²) A. Duparque, *Mém. Soc. Géol. du Nord*, **11**, 1933, p. 351, pl. VII, fig. 30, tab. XXXIX, p. 385.

(³) H. Ringard, *Étude microscopique des principales veines de houille de la Concession de Courrières* (*Thèse* n° 6, Lille, 1936). H. Ringard et A. Duparque, *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 375.

(⁴) H. Ringard, *loc. cit.*, pl. IX à XVIII, fig. 78 à 162.

(⁵) F. M. Bergounioux et Jeanne Doubinger, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 609 à 611.

les houilles mixtes ou intermédiaires ne sont pas extrêmement rares dans le bassin paralique du Nord, où elles sont au moins aussi bien représentées que dans les bassins limniques du midi de la France.

D'autre part, des investigations répétées m'ont montré *que les houilles stéphaniennes sont pétrographiquement identiques à celles des bassins westphaliens.* La finesse de stratification des premières ne le cède en rien à celle des secondes et montre que dans les deux cas les accumulations végétales résultaient *d'une sédimentation en eaux très calmes,* de sorte que le contraste observé entre les dépôts stériles ordinairement plus grossiers dans le Stéphanien que dans le Westphalien n'existe pas en ce qui concerne les roches combustibles qui leur sont respectivement associées. Dans les deux cas les débris végétaux de même nature présentent des états de conservations comparables, de sorte que les variations dans la composition des flores n'entrainent pas de différences très appréciables des caractéristiques desdits débris. Ceci s'explique en partie par la ténuité et l'amenuisement de ces débris, *toutes ces houilles ayant été constituées à l'origine par des poussières ou des boues végétales.* La disparition des plantes à macrospores au Stéphanien supérieur se traduit par la disparition des charbons de macrospores dans les gisements de cet âge, mais les houilles de cutines dépourvues de macrospores étant loin d'être rares dans les formations du Stéphanien moyen ou inférieur et du Westphalien, l'absence de macrospores, qui peut résulter dans ce cas de conditions de sédimentation particulières, ne peut être considérée dans le Stéphanien supérieur comme étant un bon caractère spécifique.

Dans le bassin de la Loire, bon exemple de bassin limnique, les trois grands types de houilles sont bien représentés, tandis que dans le gisement de Carmaux et d'Albi (Tarn), les houilles ligno-cellulosiques font complètement défaut. Or, ce gîte ne représente qu'une partie du bassin de sédimentation primitif, des portions considérables de ce dernier ayant été enlevées par l'érosion, de sorte que l'absence des houilles ligno-cellulosiques peut être imputée au fait qu'elles se trouvaient localisées dans des parties aujourd'hui disparues. A plus forte raison, la localisation des houilles mixtes dans le petit bassin de Bertholène (Aveyron), signalée par M. Bergounioux et Mlle Doubinger, signifierait simplement qu'une faible partie de l'aire de sédimentation primitive a été respectée par l'érosion. Les faits d'observation très intéressants mis en évidence par ces auteurs doivent s'intégrer dans l'ensemble des faits antérieurement établis plutôt que leur être opposés, car autrement l'idée erronée pourrait s'accréditer qu'il existe des différences importantes entre la nature et le mode de formation des houilles dans les bassins limniques, d'une part et dans les bassins paraliques, d'autre part. *Bien au contraire, les examens microscopiques de ces différents charbons ne révèlent que des analogies constantes, d'autant plus frappantes qu'elles sont indépendantes du caractère grossier ou fin de leurs épontes stériles.*

Il résulte de tout cela que les dissemblances que l'on observe entre les houilles paléozoïques sont indépendantes de leur âge et sont plutôt imputables à des *variations de faciès sédimentaires.*

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Les divers aspects de la fermeture du circuit vasculaire chez* Ipomœa Batatas *L.* Note (1) de M. **Fernand Pellissier**, présentée par M. Roger Heim.

Nos recherches ontogéniques sur l'appareil ligneux foliaire de *Tropæolum majus* L. et *Periploca græca* L. (2) nous ont révélé le mécanisme de fermeture du circuit vasculaire chez les feuilles. Le processus fait intervenir, entre deux *cordons* d'ordre n, la participation d'un certain nombre d'unités conductrices dont les dernières, d'ordre $n+x$, différencient à l'encontre l'une de l'autre leurs éléments terminaux basifuges (*supra-initiaux*). Après contact, ceux-ci poursuivent leur différenciation parallèlement, mais en direction opposée, et en complète indépendance.

Cependant, si tel est le principe général de l'édification du réseau foliaire, divers degrés dans la rapidité de développement des différentes parties du limbe se traduisent suivant les régions par des systèmes de verrouillage apparemment très dissemblables et susceptibles de prêter aux interprétations les plus variées.

Par la simplicité de la fermeture du circuit vasculaire, avec le concours de deux unités composantes seulement, *Ipomœa Batatas* L. constitue un excellent matériel pour l'étude de ces phénomènes.

A. Dans les régions limbaires soumises à un développement relativement lent (base), les cordons *verrouilleurs* de 2e ordre naissent chacun d'un *point nodal initial* localisé contre les nervures de 1er ordre. Ils poursuivent ensuite leur édification suivant le classique processus de différenciation nodifuge. *Leurs parties supra-initiales* (basifuges), *progressant respectivement l'une vers l'autre, ferment la maille.* Leur contact établi, elles poursuivent indépendamment leur lignification (*fig.* A). Plus tardivement, dans cette zone de *chevauchement*, chacun des cordons de 2e ordre deviendra le siège de la différenciation d'unités conductrices de 3e ordre qui contribueront à subdiviser le réticulum primaire en mailles secondaires.

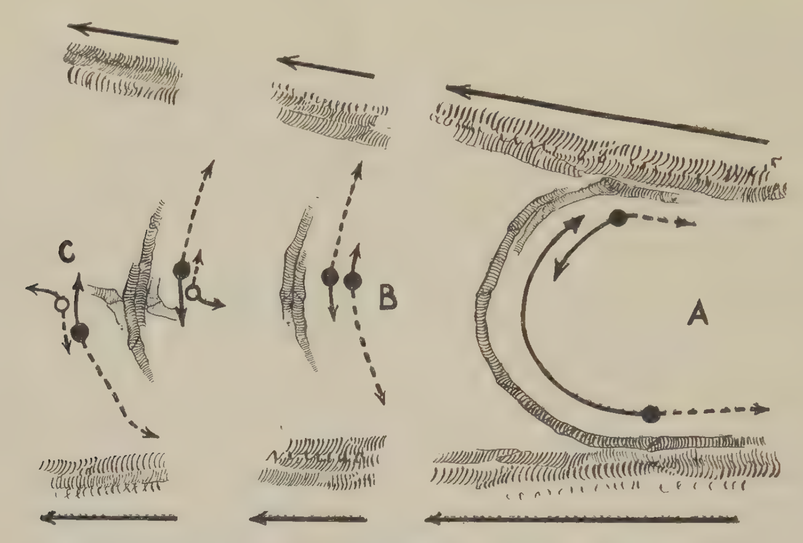
B. Dans les zones supérieures, la croissance est moins lente. On observe alors, dans l'édification des cordons composants de 2e ordre, un déplacement progressif et en direction basifuge du point initial. Celui-ci peut naître à quelque distance de l'unité conductrice de 1er ordre.

Lorsque le développement est plus intense, les deux cordons sont primitive-

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *Recherches ontogéniques sur l'appareil vasculaire des feuilles de Dicotylédones*, Thèse Pharmacie, Marseille, 1945.

ment confondus dans la région même du verrouillage selon deux trachées parallèles, nées isolément à égale distance des deux nervures de premier ordre. Ce sont les points initiaux à partir desquels la lignification se poursuit, inéga-



Les divers types de fermeture du circuit vasculaire chez *Ipomœa Batatas* L.

A, région basale; B et C, régions supérieure et périphérique. Trait plein, portion supra-initiale; pointillé, portion sous-initiale; points noirs, points initiaux des cordons de 2e ordre; points évidés, points initiaux des cordons de 3e ordre.

lement d'ailleurs, dans les deux sens (*fig.* B). La fermeture du circuit est ici réalisée *par le jeu des différenciations sous-initiales* (basipètes), qui après avoir assuré le contact avec les deux nervures, ralentissent considérablement leur lignification.

En présence d'une telle image, on serait tenté d'adopter la notion de *pont anastomotique* sans autre signification que celle de raccord physiologique. En réalité, le mécanisme demeure identique; nous nous trouvons en présence d'un phénomène que nous avons assimilé à *l'accélération basifuge* ([3]), entraînant chez un cordon conducteur foliaire, d'une part, la progression ascensionnelle de son point initial, d'autre part, la réduction du nombre de ses éléments constitutifs.

C. Dans les régions périphériques, soumises à une grande rapidité de différenciation, c'est à égale distance entre les cordons de 1er ordre qu'apparaît, isolément, un édifice tétrapolaire. L'observation révèle que deux des 4 branches de l'étoile vont clore la maille, en rejoignant les deux nervures; les deux autres branches contribueront à subdiviser le réseau.

A notre sens, cette figure n'est pas essentiellement différente de la précédente. Nous y retrouvons les deux unités vasculaires de 2e ordre, nées simul-

([3]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 197.

tanément de points initiaux parallèles, isolés, et dont l'évolution des éléments sous-initiaux, en direction basipète, réalise la fermeture du circuit. Mais nous y constatons en outre un degré supérieur dans l'accélération des cordons constitutifs : les unités de 3e ordre ont ici ébauché leur différenciation, avant même que se soit parachevée celle des cordons *verrouilleurs* de 2e ordre.

En conclusion, la fermeture du circuit vasculaire procède d'un mode unique et admet une seule signification. Si ses phases successives sont parfois perturbées au point de laisser planer *apparemment* un doute sur l'existence même de cordons verrouilleurs, au bénéfice de la notion de raccord physiologique, le concept récemment exposé d'une accélération basifuge consécutive à un développement hâtif, nous permet d'en dissocier le mécanisme et d'y retrouver les classiques cordons élémentaires (véritables unités conductrices indépendantes) évoluant toujours, à partir de leur point nodal initial, dans les deux directions.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nutrition azotée et respiration des feuilles.* Note (1) de M. **Alexis Moyse**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'influence de la nutrition azotée sur les échanges respiratoires des feuilles a été étudiée par F. G. Gregory et P. K. Sen (2), F. J. Richards (3), J. G. Wood et A. H. K. Petrie (4). Ils ont montré que l'intensité respiratoire croît avec la teneur des organes en protides, si aucun autre facteur n'intervient comme limitant, mais n'ont donné aucune indication sur les Quotients. Il m'a paru intéressant de reprendre cette étude.

Des semis sont faits en terre. Quand les feuilles utilisables pour les analyses ont atteint l'âge adulte, les pieds sont arrachés ou coupés à la base des tiges. L'extrémité inférieure est plongée dans un liquide nutritif. Les liquides renferment : $SO_4(NH_4)_2$: 1; KCl : 0,3; SO_4Mg : 0,5; $(SO_4)_3Fe_2$: 0,4; $(PO_4)_2Ca_3$: 5; H_2O : 1000; dans le liquide privé d'azote, $SO_4(NH_4)_2$ est remplacé par SO_4Na_2 en quantité équimoléculaire. Ces milieux inspirés des travaux de Zinzadzé sont fortement tamponnés, d'un pH voisin de 6 et renouvelés deux fois par jour. Après quelques jours, les feuilles choisies, aussi semblables que possible, sont détachées et leur extrémité inférieure plongée dans les liquides correspondants. Un lot (N) est constitué par des feuilles qui ont toujours été abondamment ravitaillées en N, un autre (A), par des feuilles carencées, un troisième (R), par des feuilles carencées qui, après étalonnage respiratoire, sont placées sur le liquide azoté. Les lots sont maintenus à la lumière en dehors des temps nécessaires à l'analyse des échanges gazeux. Les analyses sont poursuivies

(1) Séance du 22 décembre 1947.
(2) *Annals of Botany*, **1**, 1937, p. 521-561.
(3) *Ibid.*, **2**, 1938, p. 491-534.
(4) *Ibid.*, **2**, 1938, p. 729-750.

les jours suivants, toujours sur les mêmes lots, selon les techniques de précision de M. L. Plantefol. Les intensités respiratoires sont exprimées en centimètres cubes de CO_2 dégagé par heure, ramenés à $T = 0°$, $P = 760^{mm}$ de Hg.

Un lot supplémentaire permet de suivre les variations du poids frais au cours de l'expérience. Le poids frais diminue légèrement.

I. Limbes de *Triticum vulgare* Vill. (Blé Fylgia Vilmorin). (Blé semé le 22 avril, arraché le 11 juin, ayant 6 feuilles. Les feuilles n° 5 sont seules utilisées. Limbes cueillis le 14.) Le temps O correspond à l'étalonnage; le point M, au moment où les limbes de la série R ont été placés sur le liquide azoté.

La courbe de la figure 1 représente les Intensités respiratoires (I. R.) pour 100 limbes, la courbe de la figure 2, les Quotients respiratoires (Q. R.) corres-

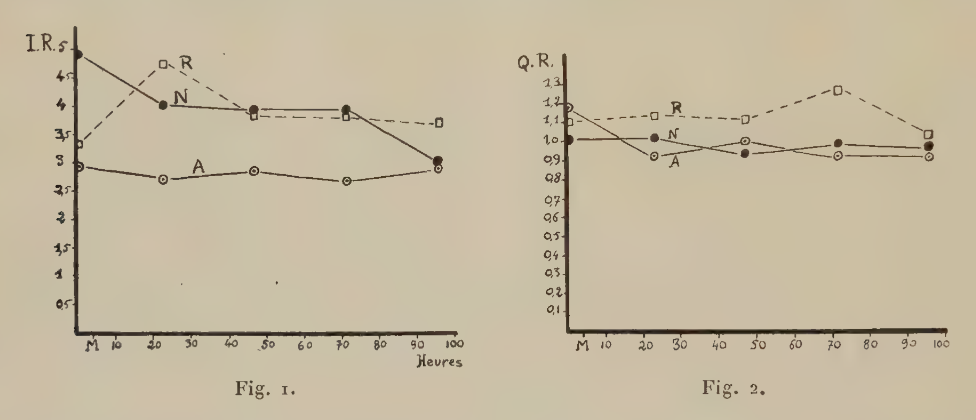


Fig. 1. Fig. 2.

pondants. L'intensité respiratoire au moment de l'étalonnage, exprimée en centimètres cubes de CO_2 émis par gramme de poids frais d'organes, est 0,326 (lot N), 0,206 (lot A), 0,225 (lot R).

La nécessité d'opérer avec du matériel restant physiologiquement sain limite la durée de l'étude.

La même expérience a été refaite en octobre, avec des feuilles âgées de 52 jours, d'une part détachées, d'autre part laissées sur pieds jusqu'au moment des analyses (et alors sans étalonnage), les résultats étant rapportés au poids sec d'organes.

On constate dans chaque cas :

1° L'existence d'une I. R. plus élevée chez les limbes normalement alimentés en azote;

2° Une excitation des oxydations chez les limbes préalablement carencés, consécutive à l'apport azoté (lot R). L'élévation du Q. R. dans le lot R indique de plus l'existence de réactions d'oxydations nouvelles, provoquées par l'introduction de N ammoniacal.

II. Folioles de *Phaseolus multiflorus* Willd (Haricot d'Espagne blanc), prélevées sur pieds de 44 jours, au début de la floraison.

Lot N. — I. R. plus élevée au début que celle des lots A et R, croissant légèrement au cours du temps, Q. R. légèrement décroissant.

Lot A. — I. R. croissant légèrement, Q. R. constant, un peu plus bas que le Q. R. de N.

Lot R. — I. R. croissant fortement et restant élevée après l'apport azoté, Q. R. constant intermédiaire entre celui de N et celui de A.

III. Feuilles de *Polygonum Fagopyrum* L. (Sarrasin gris argenté), prélevées sur pieds de 68 jours, pendant la floraison.

Lot N. — I. R. plus élevée au début que celle des lots A et R, décroissante, Q. R., légèrement décroissant.

Lot A. — I. R. décroissante sauf en fin d'expérience, Q. R. décroissant.

Lot R. — I. R. d'abord décroissante, puis s'élevant nettement, Q. R. constant.

Pour les organes réalimentés en azote, après carence, nous retrouvons une excitation plus ou moins tardive due à l'apport azoté et le maintien d'un Q. R. plus élevé que celui des organes continuellement carencés.

Une discussion détaillée de ces résultats sera faite ultérieurement, après le dépouillement des teneurs en azote, en glucides et éventuellement en acides organiques des organes semblablement traités et correspondants à ces séries d'analyses.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Épuisement des réserves glucidiques de souches de tissus et de fragments de tubercules de Carotte maintenus* in vitro *sur milieux dépourvus de sucres.* Note [1] de M. **André Goris**, présentée par M. René Souèges.

Dans une Note antérieure [2] nous avons conclu que divers facteurs, saison et hétéro-auxine, agissent indirectement sur l'utilisation des glucides de fragments de Carotte, maintenus *in vitro* sur milieux dépourvus de sucres, en influençant la multiplication cellulaire. Il nous a paru intéressant de comparer ces résultats à ceux qui ont été obtenus avec des tissus de Carotte de la souche cultivée par R. Gautheret depuis 1937.

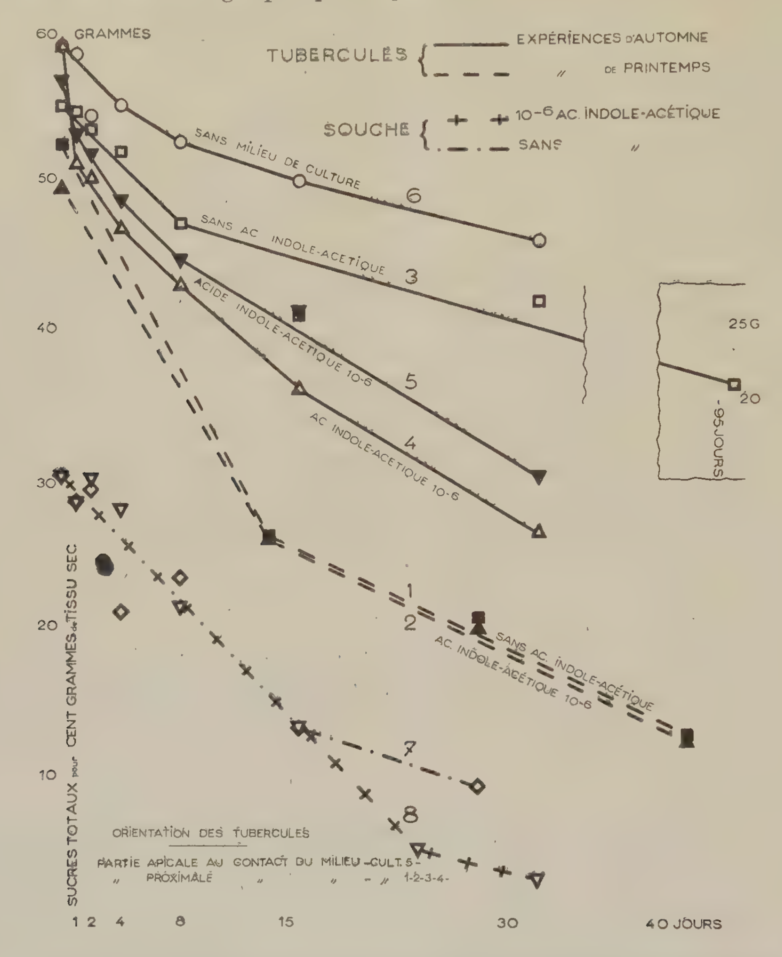
Des cultures de ce tissu, repiquées depuis deux mois sur milieu d'entretien contenant 2 % de glucose, sont réparties en deux lots; l'un est repiqué sur milieu sans sucre ni hétéro-auxine, l'autre sur milieu sans sucre mais renfermant 10^{-6} d'acide indole-3 acétique. Les tubes de culture sont alors placés, à l'obscurité, dans une étuve réglée à 20°. Au bout de 24 heures, 2, 4, 8, 16 jours, etc., on prélève dix explantats de chaque série et on les pèse; une petite portion de chacun est desséchée à 100° afin de déterminer sa teneur en eau et le reste est épuisé par de l'alcool à 90° bouillant. Après distillation du

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, séance du 22 novembre 1947.

solvant, l'extrait, repris par l'eau et soumis à la défécation, sert au dosage des sucres. Les résultats, exprimés par rapport à 100g de tissu sec, sont résumés par les courbes 7 et 8 du graphique ci-joint.



Dans les deux essais, on constate une utilisation rapide et régulière des glucides pendant les 15 ou 25 jours qui suivent le début de l'expérience, puis l'épuisement se ralentit sensiblement. La présence d'hétéro-auxine dans le milieu provoque un allongement de la période de forte consommation et par suite une disparition plus précoce des sucres contenus dans les tissus.

En comparant les diverses courbes qui indiquent les résultats obtenus avec les tissus de la souche et ceux qui sont fournis par les fragments de tubercules, on peut, en outre, formuler les remarques suivantes :

1° La teneur glucidique des tissus de la souche cultivée sur milieu d'entretien contenant 2 % de glucose, est très inférieure à celle des organes normaux : environ la moitié.

2° Les tissus de la souche réagissent vis-à-vis de l'hétéro-auxine de la même manière que les tissus prélevés sur les tubercules à l'automne. Étant donné que

dans le cas de ces derniers nous estimons qu'il existe une relation entre l'utilisation des sucres et l'importance des néoformations apparues, il convient peut-être d'admettre que, en l'absence de source glucidique extérieure, les tissus de la souche prolifèrent néanmoins aux dépens de leurs réserves glucidiques. Mais aucune donnée expérimentale ne nous permet actuellement de résoudre cette question.

3° La disparition des sucres est plus graduelle dans le cas des tissus de la souche que dans celui des fragments d'organes. Ce fait peut s'expliquer ainsi : les fragments de tubercules subissent, au moment de la mise en culture, un traumatisme qui provoque, comme l'a montré Lachaux ([3]), une augmentation considérable de l'intensité respiratoire; cette exaltation de la respiration rend bien compte de la consommation brusque des glucides observée pendant les 3 ou 4 premiers jours qui suivent l'isolement des tissus; dans le cas des tissus de la souche, aucun traumatisme n'intervient au début de l'expérience et la disparition des glucides peut donc avoir lieu graduellement.

En résumé, l'acide indole-3 acétique facilite l'épuisement des glucides des souches de tissus de Carotte maintenues *in vitro* sur milieux dépourvus de sucres, mais le mécanisme de l'action de cette substance n'a pu encore être déterminé. L'utilisation des sucres dans ces tissus se fait de façon graduelle tandis que, dans le cas des fragments de tubercules, elle est brutale pendant les premiers jours qui suivent l'isolement; cette exaltation passagère de l'utilisation des glucides par les fragments de racines doit être due à l'exaltation respiratoire qui se manifeste par réaction aux traumatismes qu'ils subissent au moment de leur prélèvement.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la sécrétion, par certaines espèces d'Algues de substances inhibitrices d'autres espèces d'Algues*. Note ([1]) de M. **Marcel Lefèvre** et Mlle **Maud Nisbet**, présentée par M. Roger Heim.

Dès 1932, l'un de nous avait reconnu aux Algues d'eau douce des propriétés bactériostatiques et avait même utilisé avec succès ces propriétés pour obtenir des cultures d'espèces fragiles de Desmidiacées ([2]).

En 1940, les Américains Pratt et Fong étudièrent attentivement le développement en culture de *Chlorella vulgaris* Beyerinck ([3]). Ils établirent que la multiplication de cette Algue était progressivement stoppée par la concentration

---

([3]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 218.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) M. Lefèvre, *Recherches sur la biologie et la systématique de quelques Algues obtenues en cultures* (*Rev. Algol.*, 6, III-IV, p. 319).

([3]) Robertson Pratt et Jane Fong, *American Journal of Botany*, **27**, VI, 1940, p. 431-436.

dans le milieu de ses propres produits de désassimilation et non par l'épuisement des sels nutritifs.

Poursuivant leurs recherches, ils tirèrent ensuite de cultures de Chlorelles une substance bactériostatique, la chlorelline, agissant sur certaines bactéries Gram-positives et Gram-négatives.

Nos observations en culture et dans la nature nous firent alors penser que les produits de désassimilation d'une espèce d'Algue pouvaient non seulement inhiber son propre développement, mais aussi celui d'autres espèces d'Algues, et des essais furent entrepris dans ce sens.

Les souches utilisées proviennent, soit de l'algothèque créée par l'un de nous en 1928 au Laboratoire de Cryptogamie du Muséum, soit d'isolements beaucoup plus récents effectués au Laboratoire de Biologie végétale de la Station Centrale d'Hydrobiologie appliquée.

Une culture de *Phormidium uncinatum* (Ag.) Gomont fut établie en milieu liquide. L'analyse chimique montra que le milieu contenait à l'origine $4^{mg},8$ par litre de matières oxydables par MnO_4K. Après 40 jours de culture à l'étuve éclairée 12 heures sur 24 (25°C., 2500 lux), la culture fut filtrée. L'analyse du filtrat (nous nommerons ce filtrat *Phormidine* pour faciliter l'exposé) montra un accroissement considérable de la teneur en matières oxydables : $30^{mg},4$ par litre.

Scenedesmus quadricauda (Turp.) Breb. fut alors ensemencé dans cette phormidine. En 24 heures ses chloroplastes devinrent jaune grisâtre et son contenu cellulaire présenta un aspect granuleux. Aucune multiplication du *Scenedesmus* ne put être observée pendant les 40 jours que dura l'expérience. L'essai répété avec la phormidine extraite d'une culture âgée seulement de 12 jours après ensemencement massif donna des résultats identiques.

Cette inhibition de *Scenedesmus* par la phormidine ne provient pas de l'épuisement du milieu. L'analyse chimique prouve, en effet, que la phormidine contient encore plus de la moitié des ions actifs présents dans le milieu neuf, et l'expérience montre qu'il suffit de la présence du quart de ces ions dans un milieu pour obtenir d'excellentes cultures. Nous avons également vérifié que l'inhibition de *Scenedesmus* n'est pas due à une carence d'éléments oligodynamiques.

Enfin il suffit de diluer la phormidine par addition d'eau bidistillée pour que son pouvoir inhibiteur soit diminué et que la multiplication de *Scenedesmus* devienne immédiatement possible.

D'autre part, d'une culture bactériologiquement pure de *Scenedesmus quadricauda* âgée de 30 jours nous avons tiré la *Scenedesmine* qui se comporte exactement comme la phormidine. La scenedesmine stoppe complètement par exemple le développement de *Pediastrum boryanum* (Turpin) Menegh.

Phormidine et scenedesmine appliquées à *Cosmarium botrytis* Menegh ont également empêché sa culture. Nous nous trouvons donc bien en présence de substances inhibitrices d'Algues sécrétées par d'autres Algues.

Ces substances algostatiques ne sont pas toxiques. *Scenedesmus* bloqué depuis 12 jours dans la phormidine et repiqué en milieu neuf recommence à se multiplier en 36 heures. Les résultats de leur action ne se traduisent pas exactement de la même façon dans tous les groupes d'Algues. Elles semblent agir soit sur la multiplication, soit sur la nutrition, soit dans certains cas, sur les deux fonctions simultanément.

Dans la phormidine et la scenedesmine non diluées, *Cosmarium botrytis* fournit, à cadence ralentie, quelques multiplications, mais l'examen microscopique montre que les cellules néoformées l'ont été aux dépens des réserves des cellules mères.

Leurs chloroplastes sont minces, pâles, grisâtres; les pyrénoïdes s'amenuisent, les corpuscules trépidants disparaissent des vacuoles qui, elles, augmentent d'importance. La multiplication s'arrête bientôt.

La puissance inhibitrice d'une substance algostatique donnée varie suivant les espèces d'Algues auxquelles on l'applique. Ainsi, *Scenedesmus quadricauda* supporte des concentrations de phormidine beaucoup plus élevées que *Pediastrum duplex*. *Cosmarium botrytis* est moins sensible à la scenedesmine qu'à la phormidine. Il s'ensuit que certaines espèces sont compatibles et peuvent être cultivées simultanément dans le même milieu. Telles sont, par exemple, *Cosmarium impressulum* Elfv. et *Selenastrum minutum* (Naeg.) Ellins, que nous cultivons ensemble depuis deux ans sans qu'une des deux espèces élimine l'autre. Par contre il y a incompatibilité très nette entre *Chlorella pyrenoidosa* Chick. et *Euglena deses* Ehrbg., *C. pyrenoidosa* et *Pediastrum duplex* Meyen, la Chlorelle éliminant rapidement des cultures l'espèce qu'on avait tenté de lui associer.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Évolution chimique des boutons à fleurs du Pêcher au cours de l'hiver*. Note de M. **Jules Liwerant**, présentée par M. Albert Demolon.

Nous nous sommes proposé de déterminer par l'analyse périodique des boutons floraux, l'époque de départ de la végétation à la fin de l'hiver. On est en effet fondé à supposer que la reprise de l'activité biologique de l'arbre se reflète dans les bourgeons par des variations de leur composition chimique.

Dans ce but, nous avons choisi dans un verger d'expérimentation situé près de Toulouse, sur les alluvions anciennes de la Garonne, deux pêchers, variété Amsden, plantés en 1934 et recevant chaque année une fumure minérale complète. Sur chacun de ces pêchers on a effectué au cours de l'hiver quatre prélèvements de pousses de l'année portant des bourgeons floraux :

1er prélèvement :	28 décembre 1946,	3e prélèvement :	24 février 1947,
2e prélèvement :	18 janvier 1947,	4e prélèvement :	10 mars 1947.

Il convient de noter que l'hiver 1946-1647 fut rigoureux (température minima à Toulouse — 15°,5, le 30 janvier) :

	Décembre.	Janvier.	Février.
Températures moyennes mensuelles normales	+ 5°,36	+ 4°,86	+ 6°,17
1946-47 : Écarts sur les moyennes mensuelles normales	— 1°,63	— 1°,87	— 0°,86

Les boutons floraux séparés des rameaux ont été analysés par les méthodes usuelles. Nous indiquons dans le tableau ci-après les résultats obtenus.

Pour 100 *de matière sèche.*

Pêcher n°	Dates des prélèvements.	Cendres totales.	Cendres (*).	N.	P_2O_5.	K_2O.	CaO.	MgO.
I.	28 décembre	7,50	15,2	2,464	0,507	0,732	2,807	0,507
	18 janvier	6,70	18,2	2,520	0,521	0,861	2,330	0,489
	24 février	6,70	26,3	2,576	0,632	1,097	2,134	0,471
	10 mars	6,70	43,3	3,206	0,786	1,804	1,460	0,434
II.	28 décembre	7,95	17,7	2,086	0,432	0,772	3,087	0,471
	18 janvier	7,10	21,1	2,268	0,499	0,890	2,611	0,452
	24 février	6,90	26,1	2,450	0,614	1,050	2,190	0,435
	10 mars	6,80	41,2	3,206	0,781	1,750	1,460	0,400

(*) $\frac{\text{Cendres sol. eau}}{\text{Cendres totales}} \times 100$.

Dates des prélèvements. Pêcher.	Alimentation globale $S = N + P_2O_5 + K_2O$. I.	II.	Équilibre nutritif $\frac{N}{S}$. I.	II.	$\frac{P_2O_5}{S}$. I.	II.	$\frac{K_2O}{S}$. I.	II.
28 décembre	3,703	3,290	66,5	63,4	13,7	13,1	19,8	23,5
18 janvier	3,902	3,657	64,6	62,0	13,4	13,6	22,0	24,4
24 février	4,305	4,114	59,8	59,6	14,7	14,9	25,5	25,5
10 mars	5,796	5,737	55,3	55,9	13,6	13,6	31,1	30,5

L'examen de ces chiffres montre que le repos hivernal du pêcher n'est que relatif, même pendant un hiver rigoureux. S'il y a ralentissement ou interruption des échanges avec le milieu extérieur (sol et atmosphère), il subsiste toujours une activité physiologique interne, limitée peut-être à certaines parties de l'arbre, mais qui détermine une évolution constante de la composition chimique des boutons à fleurs.

Cette évolution se traduit : 1° par une augmentation, lente au début de l'hiver, plus rapide vers la fin, de la teneur totale en $N + P_2O_5 + K_2O$; 2° par une diminution des cations alcalino-terreux, importante pour CaO, faible pour MgO; 3° par une augmentation sensible de la solubilité dans l'eau des cendres, par suite de la substitution graduelle de K_2O à CaO et à MgO;

4° par un déplacement de l'équilibre entre N, P_2O_5, K_2O en faveur de K_2O au détriment de N, P_2O_5 variant peu.

Conclusions. — 1° Chez les arbres fruitiers des régions tempérées, l'évolution chimique des organes de reproduction pendant l'hiver s'effectue dans un sens opposé à celle qui se produit dans les organes végétatifs pendant la période de croissance active (avril-septembre). Ainsi la teneur en N, P_2O_5 et K_2O des feuilles d'abricotiers et de pruniers (1), des jeunes pousses du pêcher (2) diminue avec l'âge, tandis que leur teneur en CaO et MgO augmente. Les boutons à fleurs du pêcher subissent en hiver une évolution contraire, enrichissement en N, P_2O_5 et K_2O, appauvrissement en CaO et MgO.

2° L'interdépendance des cations K d'une part, Ca et Mg d'autre part, observée dans l'évolution de feuilles des arbres fruitiers se retrouve dans l'évolution des boutons à fleurs du Pêcher.

3° Il est probable que l'enrichissement des boutons à fleurs au cours de l'hiver en N, P_2O_5 et K_2O s'effectue aux dépens des rameaux qui les portent. Il est donc important que ces rameaux soient en automne bien pourvus en ces éléments. Cette considération ne doit pas être perdue de vue en ce qui concerne l'époque d'apport des engrais au Pêcher.

EMBRYOGÉNIE DES CARYOPHYLLACÉES. — *Développement de l'embryon chez le* Saponaria officinalis *L.* Note (1) de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Il existe déjà des renseignements précis sur l'embryogénie des Caryophyllacées, mais seulement en ce qui concerne les tribus des Alsinées, des Polycarpées, des Paronychiées et des Scléranthées (2), qui, toutes, appartiennent à la sous-famille des Alsinoïdées. C'est pourquoi j'ai été incité à déterminer les lois auxquelles obéissent les segmentations de l'embryon chez le *Saponaria officinalis*, espèce appartenant aux Dianthées, l'une des deux tribus des Silénoïdées.

L'embryon proprement dit dérive uniquement de la cellule apicale, la cellule basale étant l'origine de deux vésicules uninucléées qui forment le suspenseur. La cellule *ca* se cloisonne d'abord en deux éléments superposés *cc* et *cd* (*fig.* 2) qui, chacun, se divisent plus tard transversalement pour donner une file de quatre cellules (*fig.* 1 à 4). Les étages supérieurs *l*, *l'* et *m* de cette tétrade comprennent rapidement deux cellules

---

(1) Maume et Dulac, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1456-1458.
(2) Liwerant, *C. R. Ac. Agr.*, 1946, p. 820-823 et *Ann. Agr.*, 1947, p. 226-232.

(1) Séance du 22 décembre 1947.
(2) Voir *Bull. Soc. Bot. Fr.*, **71**, 1924, p. 590 et *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 709 et p. 894; **205**, 1938, p. 353; **206**, 1938, p. 1404; **221**, 1945, p. 41 p. 320; **225**, 1947, p. 588.

juxtaposées (*fig.* 6), tandis que la cellule inférieure *ci* donne les éléments superposés *n* et *n'* (*fig.* 5 et 6); ainsi, se trouve réalisé un proembryon dont les huit cellules sont disposées en cinq étages. Celles-ci se segmentent plus ou moins tard longitudinalement, à l'exception de la cellule *n'* qui se dédouble en deux étages superposés *o* et *p*.

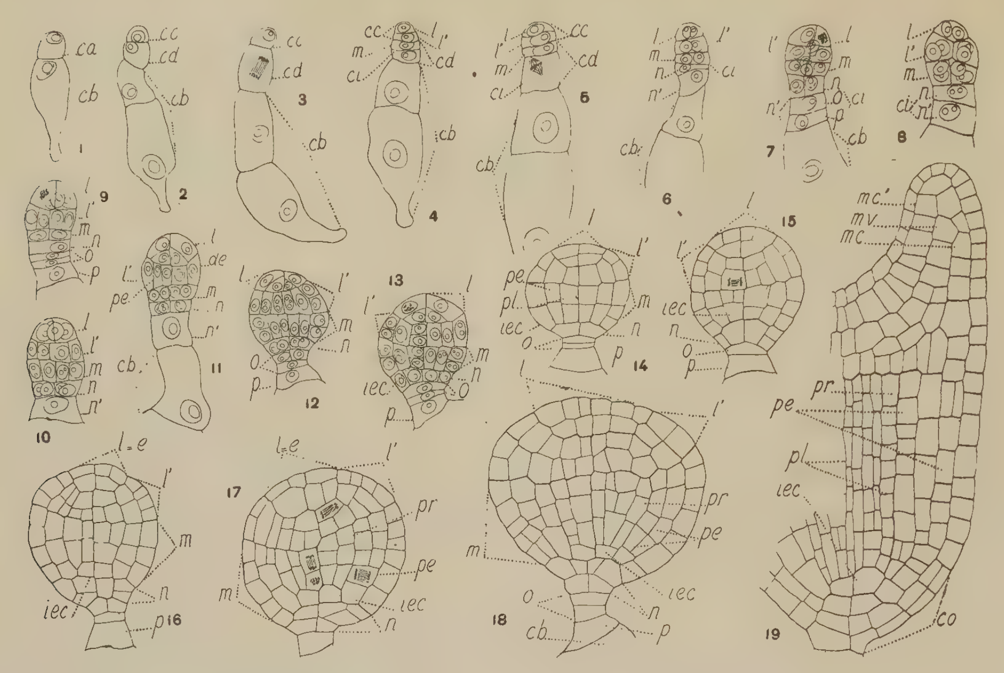


Fig. 1 à 19. — *Saponaria officinalis* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cb*, cellule basale ou vésicules qui en dérivent; *cc* et *cd*, cellules-filles de *ca*; *l*, cellule-fille supérieure de *cc*, ou épiphyse *e*; *l'*, cellule-fille inférieure de *cc*, ou partie cotylée *s. s.*; *m*, cellule-fille supérieure de *cd*, ou hypocotyle; *ci*, cellule-fille inférieure de *cd*; *n*, cellule-fille supérieure de *ci*, ou primordium de la coiffe; *n'*, cellule-fille inférieure de *ci*; *o* et *p*, cellules-filles de *n'*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *pr*, péricycle; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *mv*, *mc* et *mc'* méristèmes vasculaire et cortical du cotylédon. G. = 320.

L'étage supérieur *l* se comporte comme une épiphyse, l'étage *l'* produit la quasi-totalité de la partie cotylée, mais il n'est pas impossible qu'une partie de l'étage *l* contribue également à l'édification de cette région (*fig.* 19). L'étage *m*, après différenciation de l'épiderme (*fig.* 9 et 10) et du périblème (*fig.* 11 et 12), donne naissance par division transversale des premières cellules circumaxiales internes, aux initiales de l'écorce au sommet radiculaire *iec* (*fig.* 13 et 14). L'étage *n* contribue à la formation de la coiffe (*fig.* 19). Une division transversale de *o* (*fig.* 9, 13 et 14) peut être suivie du cloisonnement longitudinal de la cellule-fille supérieure. La cellule *p*, souvent assez volumineuse, arrive à se souder à la vésicule sa voisine et à prendre des caractères comparables.

L'embryogénie du *Saponaria officinalis* se superpose de façon presque parfaite à celle du *Scleranthus perennis*, en ce qui concerne l'origine et les destinées des divers étages du sporophyte; comme chez les *Scleranthus*, la différenciation des initiales de l'écorce de la racine s'effectue aux dépens des cellules intérieures circumaxiales que l'on observe après séparation des premiers éléments du périblème. Cependant, l'identification de l'élément qui

donne naissance au primordium de la coiffe est plus hâtive que chez les Scléranthes et ce fait rapproche, par ailleurs, l'embryon de la Saponaire de celui du *Sagina procumbens*. C'est par l'état bicellulaire de son suspenseur vésiculeux que le *Saponaria* se distingue jusqu'ici de toutes les autres Caryophyllacées. Cette particularité, signalée tout d'abord par Tulasne ([3]) en 1855, puis par Rocén ([4]) en 1927, chez les *Tunica*, les *Saponaria* et les *Dianthus*, semble bien être la caractéristique des Dianthées et ne pas se retrouver chez les autres Silénoïdées, ni chez les Alsinoïdées. L'origine exacte n'en avait pas, jusqu'à présent, été déterminée avec toute la précision désirable. En effet, la cellule qui, issue de *ca*, se trouve au contact des vésicules, peut prendre, aux stades les plus variés de la séminogenèse, des dimensions considérables avant de se diviser. C'est peut-être à l'état de telles cellules, toujours momentané, que se rapportent les observations de divers auteurs sur l'existence de suspenseurs formés parfois de trois vésicules.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Mode d'invasion des tubercules de Pomme de terre par le* Spongospora subterranea (*Wallhr.*) *T. Johnson, agent de la gale poudreuse*. Note ([1]) de Mme **Yvonne Piard-Douchez**, présentée par M. Joseph Magrou.

La Pomme de terre attaquée par le *Spongospora subterranea*, Myxomycète appartenant à la famille des *Plasmodiophoraceæ*, présente des chancres sur le tubercule (gale poudreuse) et de petites tumeurs sur les racines.

Dans un travail antérieur ([2]) nous avons montré que ce parasite pénétrait dans les racines sous forme de myxamibes, éléments uninucléées provenant de la germination de la spore. Ce fait nous avait paru intéressant à signaler, d'autant plus que pour L. O. Kunkel ([3]), principal auteur ayant étudié la gale poudreuse, l'agent infectant du tubercule était le plasmode, celui-ci résultant d'une fusion de myxamibes, fusion ayant lieu dans le sol avant la pénétration.

Ainsi, le parasiste pénétrait dans l'hôte sous une forme différente, selon qu'il attaquait le tubercule ou la racine.

L'interprétation de Kunkel repose sur l'examen de coupes de lésions de gale poudreuse *au début* de leur développement. Dans ces lésions, on voit un plasmode volumineux, intercellulaire, qui envoie secondairement dans les cellules corticales du tubercule des pseudopodes d'où dérivent les plasmodes intracellulaires.

([3]) *Ann. Sc. nat. Bot.*, 4e série, 4, 1855, p. 65.

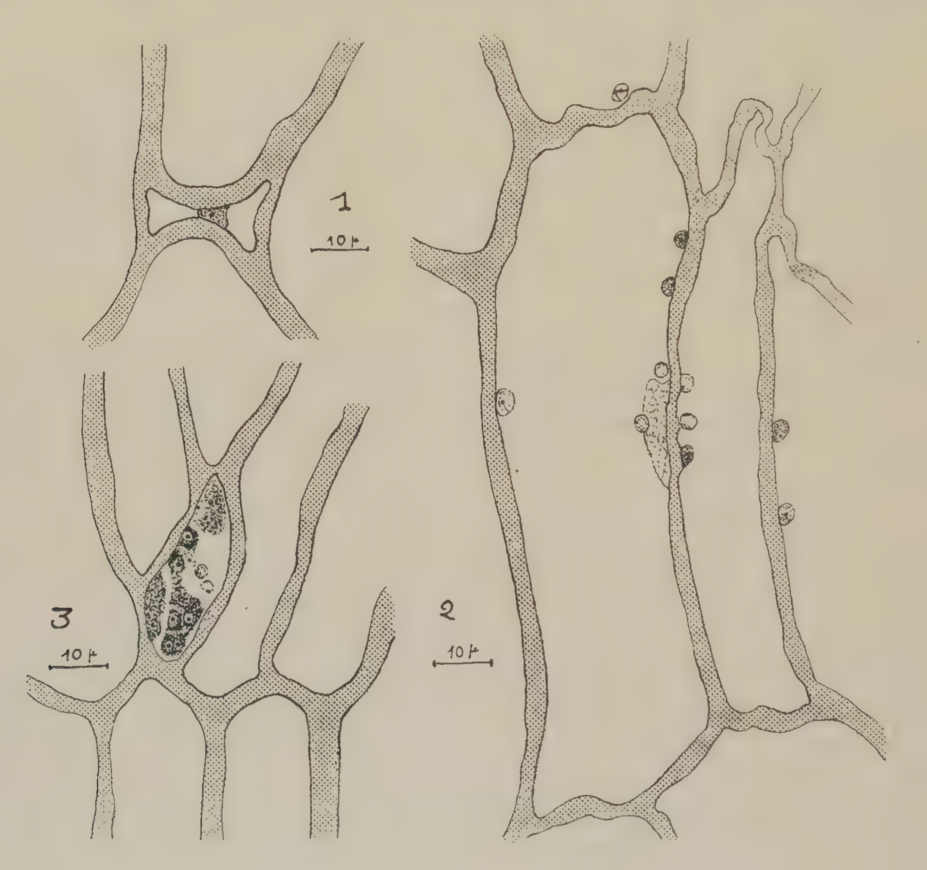
([4]) *Zur Embryologie der Centrosperm, In. Diss.*, Uppsala, 1927.

([1]) Séance du 22 décembre 1947.

([2]) *Ann. Inst. Pasteur*, 70, 1944, p. 304.

([3]) *Journ. Agric. Res.*, 4, 1915, p. 265.

Ayant en notre possession des tubercules atteints de gale poudreuse, nous avons voulu vérifier les faits observés par Kunkel. A cet effet, nous avons examiné, dans des tubercules malades, des fragments qui, macroscopiquement, ne présentaient aucune anomalie de la surface. L'examen microscopique des coupes a montré, dans des tissus de structure encore parfaitement normale, la présence de myxamibes, qui peuvent être intercellulaires (*fig.* 1) et intracellu-



laires (*fig.* 2). Dans le liège, leur présence est fugace, elles n'y persistent pas. Par contre le tissu sous-jacent (conjonctif à réserves amylifères) contient de nombreuses myxamibes. Dans la cellule (*fig.* 2), le plus souvent elles longent les parois, plus rarement on en trouve autour du noyau de l'hôte.

Les tissus de l'hôte ne réagissent pas à cette première invasion du parasite : on ne constate ni hypertrophie, ni hyperplasie; parfois seulement on trouve quelques déformations et quelques hypertrophies du noyau de l'hôte quand celui-ci est entouré d'une couronne de myxamibes.

C'est seulement lorsque se forment les plasmodes par fusion des myxamibes qu'il y a gonflement de la surface du tubercule et apparition de saillies circulaires que Kunkel a décrites, qu'il considérait comme le premier stade de la maladie et où il a trouvé des plasmodes intercellulaires.

Ce plasmode intercellulaire décrit par Kunkel comme l'agent infectant, que nous avons du reste retrouvé (*fig.* 3), n'est donc qu'un stade secondaire et résulte de la fusion de myxamibes intercellulaires préexistantes.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une nouvelle maladie bactérienne du* Pelargonium. Note de M. **François Mariat**, présentée par M. Joseph Magrou.

Nous avons observé, chez les *Pelargonium zonale* cultivés dans les serres expérimentales de l'Institut Pasteur, le développement d'une pourriture de la tige causant la mort d'un nombre important de sujets.

Un noircissement prenant naissance en un point quelconque de la tige, indique le début de la maladie. Le noircissement gagne ensuite toute la tige, tandis que les feuilles se fanent et tombent. La plante meurt alors et ne se maintient plus que par ses fibres péricycliques. Elle contient un liquide brun où pullulent des bactéries et où l'on rencontre des fragments de tissus dissociés.

Des coupes transversales de la tige, effectuées au fur et à mesure du développement de la maladie, montrent, tout d'abord, des bactéries localisées dans certains vaisseaux ligneux dont elles emplissent les lumières, puis, une injection de plus en plus dense d'un nombre de plus en plus élevé de vaisseaux par ces mêmes bactéries qui se répandent ensuite dans les parenchymes voisins.

Dans les tiges fortement attaquées, les membranes des cellules sont détruites et il en résulte la formation de cavités emplies de bactéries : tous les tissus sont ainsi désorganisés.

A partir de la tige d'un *Pelargonium* atteint par la maladie décrite succinctement ci-dessus, nous avons isolé la bactérie repérée dans les tissus et qui semblait en être l'agent causal.

C'est un bâtonnet à bouts arrondis de $1^{\mu},3\text{-}2^{\mu} \times 0^{\mu},8\text{-}1^{\mu}$ pouvant se grouper en chaînettes de deux ou trois individus. La bactérie est non sporulée, non capsulée, immobile, dépourvue de cils. Gram négative et non acido-résistante, elle se colore avec plus d'intensité aux extrémités. Aérobie stricte, sa température optima est voisine de 25°.

Cultivée sur gélose ordinaire, elle donne des colonies rondes à bords nets, à surface lisse, légèrement bombée, humide, brillante, jaune clair. La marge de la colonie est translucide, le centre opaque. Une culture par piqûre, en gélatine en culot, donne une végétation en surface avec liquéfaction en cupule de la gélatine. En gélose Veillon, les colonies sont localisées en surface. Sur sérum coagulé, le développement est abondant dans les 48 heures, donnant une culture humide avec digestion du sérum. Sur albumine d'œuf coagulée, la culture, peu abondante, provoque le dessèchement du milieu qui se fend. Sur gélose au sang, la culture est normale, sans lyse des hématies. Sur Pomme de

terre ordinaire, la végétation est intense; le pigment jaune, plus foncé que sur gélose ordinaire; la colonie, dont la surface est lisse mais mamelonnée, devient brune en vieillissant; par contre le tubercule garde sa couleur.

En bouillon ordinaire, la végétation, plus lente que sur les milieux solides, se manifeste par un trouble léger, sans formation de voile. Ce même trouble est observé lorsque l'on cultive cette bactérie en eau peptonée. En bouillon cube d'œuf, le trouble est plus intense autour du cube d'albumine qui reste inattaqué.

En milieux synthétiques, aucun développement en solution de Cohn ni en solution I de Nægeli; en solution d'Uschinsky la végétation est faible, par contre en solution III de Nægeli la culture devient abondante dans les 36 heures.

Les propriétés biochimiques de cette bactérie sont les suivantes : en eau peptonée additionnée de tournesol, elle est sans action sur l'amidon, l'inuline, la glycérine, la mannite, le lévulose, le saccharose, le glucose, le maltose, le lactose. De même en sérum tournesolé, nous n'avons noté aucune action sur glucose, maltose, lactose, saccharose, lévulose, mannite. Cultivée dans du lait, la bactérie provoque sa coagulation avec ensuite une légère digestion du caillot. La culture en lait tournesolé montre qu'il n'y pas formation d'acide, mais une coagulation du lait et une réduction du tournesol. En petit lait tournesolé, pas de production d'acide, mais réduction du tournesol dans les dix jours. La gélatine est liquéfiée, le sérum coagulé digéré. Cette bactérie ne forme ni indol ni scatol aux dépens de l'eau peptonée, elle ne produit pas d'ammoniaque, elle ne réduit ni les nitrates ni le rouge neutre, mais réduit fréquemment le tournesol; elle ne produit pas d'hydrogène sulfuré.

Nous avons facilement obtenu une maladie expérimentale du *Pelargonium* par piqûre de la tige au moyen d'une aiguille souillée avec une culture pure de cette bactérie. Les symptômes de la maladie expérimentale sont identiques à ceux qu'on observe dans les cas d'infection naturelle.

La bactérie dont nous communiquons ci-dessus les caractères et le pouvoir pathogène vis-à-vis de *Pelargonium zonale* n'ayant pas, à notre connaissance, été décrite, nous proposons les noms d'*Aplanobacter magroui* n. sp.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Mélanomorphogénèse par nécrose humide aseptique.* Note de M. **René Salgues**, présentée par M. Joseph Magrou.

Une culture de Tubéreuse (*Polianthes tuberosa* L., Amaryllidées-Agavées), établie sur terre forte, peu perméable, contenant 30 % d'argile en moyenne, dans la région de Grasse (A.-M.), s'est soldée par un échec complet. Le bulbe-mère n'a pas donné de fleurs; les bulbes-filles sont nombreux (5-7 au lieu de 2-3), sans excès de vigueur.

Pour les bulbes de l'année, atteints de nécrose et ramollissement, aux stades

initial et moyen de l'altération, la structure est à peu près conservée, encore que l'on aperçoive une dilatation accusée des méats inter-squameux et la présence de formations noirâtres, fluides, peu visqueuses. Ces productions noires nettement pathologiques envahissent de proche en proche le parenchyme central amylifère et l'altération gagne d'une squame à l'autre en progression centripète, par les stomates et les solutions de continuité existant aussi bien dans l'épiderme que dans le liséré de petites cellules de bordure des stomates. Au parenchyme amylifère se substitue un parenchyme à granulations, lequel n'est, d'ailleurs, qu'une formation transitoire, rapidement lysée. A une période plus avancée de l'altération, les méats intersquameux sont inexistants; les divers éléments formatifs de la squame sont noyés dans un magma noirâtre dans lequel on reconnaît certaines cellules de l'épiderme avec sa marge péristomatifère, des faisceaux fibro-vasculaires avec des cellules de la gaine circum-fasciculaire, de très rares cellules amylifères, peu de cellules du parenchyme granuleux. Les lacunes qui étaient présentes dans le bulbe sain ont disparu, ainsi que les formations d'oxalate de calcium. L'on relève une plus grande résistance à l'action nécrotique des squames externes membraneuses et plutôt sèches, par opposition à celles de l'intérieur charnues, épaissies et mucilagineuses.

Un examen chimique portant d'abord sur les amino-acides du bulbe sain a montré une prépondérance des mono-amino-monocarboniques et, singulièrement, de la leucine mieux que du glycocolle et de l'alanine. En revanche, les teneurs en amino-acides aliphatiques et cycliques sont moindres, en ce qui concerne notamment les aromatiques : phénylalanine et tyrosine. Pour le bulbe altéré, c'est le contraire que l'on observe, avec maintien sensible de la phénylalanine et de la tyrosine aux stades initial et intermédiaire de l'affection; quand celle-ci s'aggrave et que la lyse tissulaire est accentuée, les taux de la phénylalanine et, à un degré plus élevé encore de la tyrosine s'abaissent, passant pour cet acide aminé de 6,22 (début de la maladie) à 2,86 (période terminale), après séparation par la méthode de van Slyke.

Les phénolases ont été préparées à partir du liquide de lyse des bulbes décomposés, par le procédé d'Evans et Raper. Le produit obtenu, inactif sur l'alcool, s'est montré actif sur la tyrosine, oxydant le paracrésol et le catéchol, mais de nul effet sur l'hydroquinol, le pyrocatéchol et le résorcinol.

Le magma brun noir, provenant de la liquéfaction du bulbe, a été traité par une solution de KOH qui a mis en solution le pigment, lequel a été précipité par le sulfate d'ammoniaque. Après nouvelle précipitation par la potasse et lavages à l'alcool et à l'éther, toutes autres substances protéiques étant détruites, le produit obtenu a été soumis à l'analyse et a donné, pour cent; C 53,01; H 3,86; N 7,10; O 36,01, sans présence de soufre. Une nouvelle opération, par le procédé plus doux dans son action de Piettre, a donné : C 52,08; H 4,01; N 8,20; O 36,30, et a confirmé qu'il s'agissait d'une

substance quaternaire, par opposition aux phytomélanes, ternaires, contenant C, H et O. D'ailleurs, au début de l'altération, les coupes, traitées par le mélange chlorate de potasse et acide nitrique, si elles ont montré la disparition de l'ensemble des tissus, aussi bien parenchyme qu'épiderme, n'ont pas conservé de réticulum noir, avec particules solubles dans l'eau oxygénée forte alcalinisée ou dans l'eau de Javel.

Ce même liquide de lyse, avant tout traitement chimique, a été soumis à des essais de culture sur gélose agar simple et sur des géloses au malt et au jus de carotte; tous ont été négatifs au quinzième jour en ce qui concerne les prélèvements des stades initial et moyen de l'altération. Il n'a pas été possible de mettre en évidence la présence de *Sclerotinia*, de *Fusarium*, de *Rhizoctonia* notamment, ce qui semble exclure toute action parasitaire d'origine fongique. Les cultures sur gélose et sur gélatine ont été négatives à toutes les étapes de l'affection, et surtout au stade terminal, alors que le bulbe était en pleine décomposition et que ses éléments anatomiques étaient disloqués et épars dans une bouillie brunâtre, inodore. Il n'a pas été davantage observé de pullulation bactérienne pathogène et, spécialement, des microbes provoquant un ramollissement des bulbes.

En résumé, on se trouve en présence d'une nécrose humide aseptique, s'achevant en pourriture franche avec saprophytes banaux, dont les syndromes pathognomoniques sont la substitution d'un protoplasma de granulations à un tissu amylifère, la lyse totale des éléments anatomiques tant épidermiques que parenchymateux et une mélanomorphogénèse à mélanine exclusive de phytomélanes ternaires.

PÉDOBIOLOGIE. — *Dégradation de la végétation et des sols dans le massif de la Bouzarea, ses caractères phytosociologiques, pédologiques et microbiologiques.* Note [1] de M. **Charles Killian** et de Mlle **Huguette Moussu**, présentée par M. Albert Demolon.

La destruction de la végétation arborescente et buissonnante, particulièrement aiguë aux environs des grandes agglomérations nord-africaines, a comme corollaire un ravinement intense des sols et leur détérioration. Nous l'avons étudiée, près d'Alger, sur des sols essentiellement siliceux (schisteux et gneissiques) ou parfois enrichis d'apports rubéfiés d'anciens horizons calcaires.

Nous retrouvons environ 50 % des espèces de la chênaie d'yeuse méditerranéenne [2], et le maquis actuel représenterait donc un climat secondaire. Sa

---

[1] Séance du 1er décembre 1947.

[2] J. Arenes, *Bull. Soc. Bot. Fr.*, 74, 1926; Braun-Blanquet et Molinier, *S. I. G. M. A.*, 44, 1935, p. 69; Braun-Blanquet et Susplugas, *S. I. G. M. A.*, 60, 1937, p. 1; Braun-Blanquet, *S. I. G. M. A.*, 38, 1936, p. 89.

dégradation progressive, qui se manifeste, en principe, par la disparition des *Quercus ilex* et suber, presque complète de l'*Arbutus Unedo* et de l'*Erica arborea*, puis par la dominance de pyrophytes, tels que *Quercus coccifera* et surtout *Cistus monspeliensis*, se traduit nettement dans nos relevés phytosociologiques. La cistaie pure finit par s'installer partout, avec un degré de couverture de 9/10; sa régression peut suivre des voies différentes : aux endroits anciennement cultivés, et renfermant beaucoup d'argile fine (jusqu'à 30 %), c'est l'*Inula viscosa* qui chasse le Ciste; au contraire, dans les cuvettes plutôt limoneuses (30 à 40 %), les Graminées en pelouse dominent. Absentes sur les pentes fortes (20 à 30 %) où la terre décapée met à jour la roche sous-jacente qui peut alors se couvrir de lichens, une partie de cette riche flore de pelouses réapparaît sur les pentes plus douces, et se mélange à certains éléments du maquis. Sa composition dépend trop des conditions édaphiques et saisonnières, pour pouvoir être caractérisée par la dominance d'une espèce (3). Elle subit, en outre, aux endroits surpaturés, un changement de faciès, toutes les espèces trop fragiles pour résister au piétinement étant remplacées par des espèces à rosettes, telles que *Hypochœris radicata* et surtout *Plantago serraria*, dominant avec 50 % d'individus.

Sur les sols en pente, fortement ravinés après défrichement, nous retrouvons d'autres pelouses à faible degré de couverture (1 ou 2/10), où dominent *Ormenis præcox* et *Oxalis cernua*, plutôt chétif, et finalement *Rumex bucephalophorus* seul. Elles peuvent s'enrichir de nitrophiles et, dans les bas-fonds, de quelques espèces herbacées de la cistaie, mais sans la régénérer.

Cette dégradation de la végétation va de pair avec la dégradation des sols : augmentation des cailloux (44 %), du gravier (44-72 %); dans la terre fine, ce sont encore les éléments grossiers qui dominent, avec 50 à 60 % de sable. Il y a, parallèlement, diminution de l'équivalent d'humidité (moins de 23 %) et de la teneur en carbone (0,2 %). Mais ni l'hygroscopicité, ni la teneur en phosphates assimilables — traces généralement, avec légère hausse dans les bas-fonds et sous les pelouses —, ni le pourcentage de K_2O (demeurant relativement élevé dans les sols ravinés sur gneiss (21^{mg} %), ne peuvent constituer de critérium de la dégradation.

Partout où s'installe même une faible végétation, nous voyons, au contraire, augmenter le carbone, qui atteint 10 à 13 % dans les litières. A ce point de vue, le dosage des fractions humiques est d'une grande sensibilité. Il y a diminution de ces fractions, dans les sols humifiés, par rapport à la litière, mais augmentation de la lignine, à grand pouvoir absorbant, aussi bien sous les buissons de chênes nains que sous les chistes.

Les caractères microbiologiques, en particulier le pouvoir cellulolytique de ces sols nous ont fourni un critérium beaucoup plus sensible de la dégradation que tous leurs caractères physiques et chimiques : il est nul sur arène

(3) J. Susplugas, *S. I. G. M. A.*, 1935, p. 36.

de gneiss à très faible capacité en eau, et atteint son maximum dans les litières, aussi bien celle du chêne que du ciste; ces observations se confirment dans nos numérations bactériennes.

Il est possible de stimuler cette cellulolyse, surtout dans les sols très pauvres, en améliorant les facteurs déficients : une hausse de la teneur en eau de 17 à 20 %, l'incorporation de 10 % d'humus, ou, enfin, l'addition, en solutions nutritives, de sels, notamment de phosphates et de nitrates, suffit pour l'augmenter considérablement. Cette stimulation est constante pour les nitrates; au contraire l'action des phosphates est plus complexe, et régie principalement par la loi du facteur au minimum.

ZOOLOGIE. — *Sur le cycle saisonnier des gonades chez les Oiseaux passeriformes*. Note de M. **Léon Vaugien**, présentée par M. Mauice Caullery.

J'ai suivi de mois en mois, durant les années 1946-1947, dans la région du Poitou, les changements d'état des gonades en relation avec le cycle sexuel, dans les conditions naturelles, chez une quinzaine d'espèces d'Oiseaux passériformes sauvages appartenant aux familles des Paridés, Fringillidés, Turdidés. Les conclusions relatives aux différentes espèces sont remarquablement concordantes. De plus, divers Oiseaux observés en captivité (Serin, Chardonneret, Bouvreuil, Perruche, etc.), se reproduisant ou non, m'ont montré des faits analogues.

Testicules. — Chez la Mésange charbonnière, *Parus major* L., par exemple, le poids des testicules de l'adulte reste stationnaire et voisin de 2^{mg} durant l'été, l'automne et l'hiver. Vers la mi-mars, ces organes subissent, en l'espace d'une quinzaine de jours, un accroissement *très rapide* et très considérable, multipliant leur poids initial par plus de 100. Durant la période d'activité reproductrice, limitée au mois d'avril et de mai, le poids testiculaire reste *stationnaire*. Il retombe au début de juin à sa valeur initiale, d'une façon également très brusque, au moment précis où l'oiseau entre en mue.

Ces observations, conformes à celles de G. Loisel ([1]) sur le Moineau, ne confirment pas celles de J. Benoit ([2]), qui décrit, chez le Canard, une augmentation *progressive* du volume testiculaire précédant un maximum d'activité, atteint vers le milieu de la période de reproduction.

Durant sa croissance accélérée, le testicule est le siège d'une poussée spermatogoniale intense et rapide, aboutissant à la constitution d'un lot de spermatogonies qui semblent se transformer progressivement en spermatozoïdes durant la phase de reproduction.

Les phénomènes sont semblables chez les Fringillidés et les Turdidés, mais

---

([1]) *Journ. Anat. et Physiol.*, 36, 1900, p. 160.

([2]) *Bull. Biol. France-Belgique*, 70, 1936, p. 487.

la période de reproduction est plus longue et ne prend fin, d'une façon toujours aussi soudaine, que vers le 15 juillet chez le Pinson et le Rouge-gorge, vers le 1er août chez le Moineau domestique.

Ovaire. — A partir de la mue estivale, on observe dans l'ovaire l'accroissement lent et progressif d'un lot d'ovocytes (200 environ) qui se distingue de plus en plus nettement du reste de l'organe. Le diamètre maximum de ces ovocytes atteint 250^{μ} en octobre, 400^{μ} en novembre, 500^{μ} en janvier, 800^{μ} en février. Durant la période de reproduction, — qui coïncide avec celle des mâles de la même espèce, chez les Paridés comme chez les Fringillidés, — une dizaine seulement parmi ceux de ces ovocytes, qui dépassent alors 1^{mm}, subit un dernier accroissement et fournit la ponte annuelle. Presque tous les autres ovocytes du lot, quelle que soit leur taille, dégénèrent progressivement et il est à noter que cette atrésie débute en même temps que la période de reproduction, le nombre des ovocytes intacts diminuant progressivement au cours de cette période. La dégénérescence des ovocytes ne saurait donc être considérée comme la conséquence d'une altération des conditions humorales de la reproduction. Au contraire, c'est l'appauvrissement du lot d'ovocytes susceptible de subir l'accroissement terminal qui semble déterminer l'arrêt de la ponte.

Durant la mue, qui, chez la femelle comme chez le mâle, coïncide exactement avec la fin de la période de reproduction, l'ovaire montre déjà de nombreux petits ovocytes jaunâtres, avec quelques ovocytes résiduels de diamètre inférieur à 250^{μ}. Un peu plus tard, un nouveau lot d'ovocytes commence sa croissance et fournira la ponte de l'année suivante. On voit donc qu'il n'existe pas à proprememt parler de repos ovarien.

La préparation du lot d'ovocytes destiné à la ponte, qui domine toute l'évolution cyclique de l'ovaire, n'est pas sans analogie avec la constitution dans le testicule, lors de la stimulation printanière, d'un lot de spermatogonies destiné à la reproduction saisonnière.

PROTISTOLOGIE. — *Conjugaison à plusieurs gamètes chez l'*Urceolaria patellæ (*Cuénot*). Note [1] de M. **Jean Brouardel**, présentée par M. Louis Fage.

J'ai signalé ici même [2] les principaux stades de la conjugaison d'un infusoire Péritriche commensal des Patelles, l'*Urceolaria patellæ.* Alors que, dans la conjugaison normale, un seul microgamète intervient, il arrive parfois que deux ou même trois microgamètes participent au phénomène. Cette sorte de *polyspermie* est très rare : au cours d'observations faites à Wimereux,

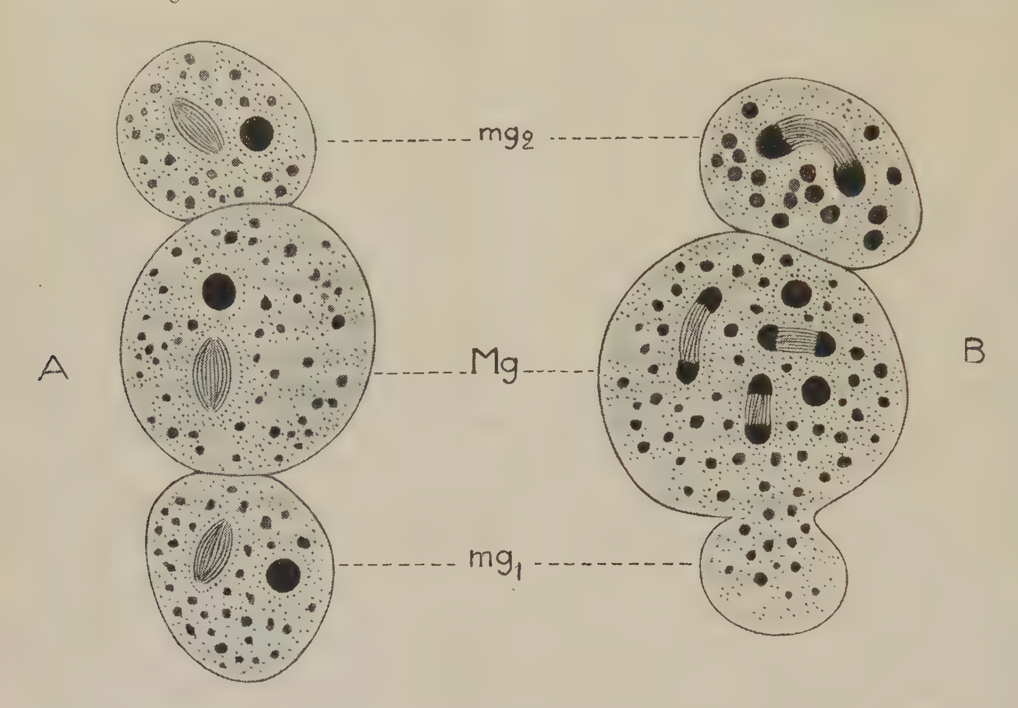
---

[1] Séance du 22 décembre 1947.

[2] *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 818.

de mai à juin 1939, pendant une période de conjugaison active pour ce protiste, sur 4940 stades de conjugaison trouvés (provenant de l'examen de 465 000 individus), 24 présentaient 2 microgamètes et un seul en présentait trois.

Parmi ces conjugués aberrants, on trouve des cas où tous les gamètes sont sensiblement au même stade de leur évolution, l'accolement des microgamètes sur le macrogamète s'étant fait en même temps (*fig.* A); d'autres au contraire,



A. Microgamètes (mg_1, mg_2) accolés sur le macrogamète (Mg). Les trois gamètes sont au même stade.
B. Un second microgamète (mg_2) dont le micronucleus subit sa première division est accolé sur le couple normal ($Mg + mg_1$).

où, sur un couple en évolution normale plus ou moins avancée, un second microgamète se trouve à un tout autre stade (*fig.* B), son accolement sur le couple s'étant fait à un instant quelconque.

1° *Accolements à peu près simultanés.* — Dans ce cas, qui semble le plus général, on observe, au début, dans chacun des gamètes, tous les stades nucléaires de l'évolution normale décrite antérieurement ([2]); le contenu des deux microgamètes se vide dans le macrogamète, mais alors, le pronucleus *d'un seul* des microgamètes intervient dans la formation de l'amphicaryon. Tous les éléments nucléaires ayant pour origine l'autre microgamète dégénèrent lentement. L'amphicaryon ainsi constitué, les stades ultérieurs se déroulent normalement.

2° *Accolements successifs.* — Sur le macrogamète de deux conjugués normaux et à un stade plus ou moins avancé de son évolution, un second et, éventuellement, un troisième microgamète vient s'accoler. L'évolution du

matériel nucléaire à l'intérieur du microgamète supplémentaire est normale et cela jusqu'à la formation d'un pronucleus, mais il n'y aura pas passage dans le macrogamètre de ses éléments nucléaires qui dégénéreront à l'intérieur de leur gamète originel.

En conclusion, dans tous les cas observés, la présence d'un ou deux gamètes supplémentaires ne modifie pas les phénomènes nucléaires de la conjugaison et, lorsqu'il y a passage du contenu d'un microgamète supplémentaire dans le macrogamète, fait qui ne se réalise que lorsque les accolements sont sensiblement simultanés, tous ses éléments nucléaires dégénèrent progressivement sans jouer aucun rôle dans la formation des nouveaux noyaux.

GÉNÉTIQUE. — *Une mutation* Aristapedia, *hétérozygote dominante, homozygote léthale, chez* Drosophila melanogaster. Note de M. **Jean Le Calvez**, présentée par M. Maurice Caullery.

On connaît, chez *Drosophila melanogaster*, plusieurs mutations *Aristapedia* (1). Ce sont des allèles multiples de *spineless* (*ss* : III, 58.5); et, chez *D. pseudoobscura*, une mutation analogue (*homophénique*) a été signalée sous deux allèles différents (2). Toutes ne se manifestent qu'en condition homozygote. Le phénotype des mutants se distingue du phénotype sauvage par un certain nombre de caractères; le principal étant la transformation de l'antenne en tarse, mais le gène induit aussi une réduction des macrochètes, une réduction des articles tarsiaux des pattes et un écartement des ailes en attitude de repos.

Nous avons été amené à étudier une nouvelle mutation *Aristapedia*, apparue chez *D. melanogaster* à la suite d'expériences d'irradiations par neutrons. Elle se distingue de celles précédemment décrites par un ensemble de caractères génétiques, phénotypiques et cytologiques. Tout d'abord, elle est dominante à l'état hétérozygote et léthale en condition homozygote. Ensuite, le funicule antennaire de ces mouches aristapèdes ne s'intègre jamais dans la série tarsienne, même chez les phénotypes les plus exprimés, mais ce funicule subit par contre une hypertrophie et une déformation en crosse très caractéristiques. La mutation atteint aussi la capsule céphalique, déformée et élargie, portant des ocelles réduites en nombre et en taille. Enfin, alors que toutes les mutations *Aristapedia* jusqu'ici connues n'étaient associées à aucune altération visible dans les chromosomes géants des glandes salivaires, celle qui fait l'objet de la présente Note est liée à une grande inversion, placée dans la partie droite du chromosome III, entre 84 A_5 et 92 A_5 de la nouvelle carte de Bridges (3). Mais cette inversion fausse du même coup les valeurs de crossing-over dans la moitié

(1) E. von Finck, *Biol. Zentralblatt*, 62, 1942, p. 279.
(2) C. A. Villee, *Journ. Elisha Mitchell Sc. Soc.*, 60, 1944, p. 141.
(3) P. N. Bridges, *Jour. Hered.*, 32, 1941, p. 399.

proximale de III R, ce qui empêche d'administrer la preuve formelle de l'allélie avec *ss* (*spineless*). Cette allélie est cependant fortement présumée et le symbole complet de la mutation sera $In(3R)ss^{Ar}$.

Une mutation remplaçant ainsi un organe par un autre est appelée *homéotique*. Comme telle, elle se caractérise aussi par une grande stabilité dans l'expression phénotypique. Dans une collection suffisante d'individus, on trouve tous les types morphologiques intermédiaires entre des antennes subnormales et des antennes dont l'arista est complètement transformé en tarse triarticulé. Dans ce dernier cas d'expression totale, l'article antennaire distal, identique dans ses moindres détails au distitarse des appendices locomoteurs, porte alors un empodium, deux griffes et deux pulvilles dépourvues cependant de mobilité.

La *pénétration* de certains caractères phénotypiques de la mutation est sous la dépendance de la température d'élevage des larves. Les basses températures (14°C.) ne changent pas l'effet homéotique antennaire du gène muté, mais augmentent l'effet réducteur ocellaire; les températures élevées (29°C.) diminuent les effets antennaire et ocellaire. Les deux effets varient globalement en sens inverse des modifications thermiques, mais ne sont ni progressifs ni parallèles. L'introduction dans le génome d'altérations chromosomiales n'ayant aucune action phénotypique propre chez les mouches sauvages, modifie, chez *Aristopedia*, aussi bien les processus homéotiques que réducteurs, en déplaçant les seuils d'action thermique.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *L'évolution des images consécutives et la cinétique chimique des produits de transformation du pourpre rétinien.* Note (1) de M. **Henry Lassalle**, présentée par M. Louis Lapicque.

A la suite d'une impression lumineuse un peu vive, apparaissent des images dites *consécutives*, parées d'une gamme de teintes dont la succession réalise une véritable *fuite de couleurs*. Le siège du processus causal est controversé.

Sans dénier aux mécanismes nerveux un rôle qui peut être important, on ne peut qu'être frappé de la concomitance du développement de ces images et de la présence dans les cellules réceptrices de produits de transformation de la substance photosensible.

La grosse molécule de pourpre rétinien, pour s'en tenir à la mieux connue de ces substances, voit, sous l'effet de la lumière, se relâcher les liaisons entre son noyau d'albumine et les groupes prosthétiques qui lui sont rattachés. Puis, que l'illumination soit maintenue ou non, il apparaît une série de corps du groupe des caroténoïdes à partir desquels la chromoprotéide constitutive du pourpre est régénérée. L'un de ces produits de transformation, présent dans la

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

rétine au moment même où se développent les images consécutives, ne serait-il pas l'agent principal de celles-ci ?

La cinétique chimique permet d'apporter à cette hypothèse un important motif de vraisemblance.

Dans le cycle que parcourent les produits qui dérivent du pourpre et qui y retournent, la première transformation se fait évidemment sous l'effet de la lumière. Les autres sont ou spontanées ou causées par des agents chimiques ou biologiques. En supposant ces facteurs externes en quantité toujours suffisante, nous pouvons admettre, dans une première approximation, que leur teneur n'intervient pas dans la cinétique du cycle et que, pour chaque anneau de la chaîne, la vitesse de réaction de chaque transformation élémentaire est seulement proportionnelle à la masse du corps considéré. Ainsi, dans un système en chaîne fermée de n corps : $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow \ldots \rightarrow M \rightarrow A$, chacun s'enrichira pendant un temps élémentaire Δt proportionnellement à la concentration du corps dont il dérive et il s'appauvrira, au bénéfice du corps qui le suit, proportionnellement à sa propre concentration; de sorte que la variation totale Δc de la concentration c d'un corps quelconque C qui vient de B et qui engendre D sera

$$\Delta c = k_B b \, \Delta t - k_C c \, \Delta t,$$

où b et c sont les concentrations des corps B et C au temps t considéré, k_B et k_C les coefficients de vitesse de réactions respectives, celles-ci étant supposées unimoléculaires.

En chiffrant de la même façon pour chacun des n corps du cycle l'accroissement élémentaire de sa concentration, on obtient un système de n équations différentielles simultanées, qui par des dérivations successives permet d'aboutir pour l'une quelconque des inconnues, c par exemple, à une équation différentielle du $n^{\text{ième}}$ ordre, sans second membre. La solution générale par rapport à t se présente sous la forme d'une somme d'exponentielles et de produits d'une exponentielle par un sinus, ces dernières expressions correspondant aux racines imaginaires de l'équation caractéristique groupées deux à deux. La solution serait de même forme si certaines transformations qu'on pourrait appeler *diagonales* concouraient à régénérer en partie la substance initiale par une voie plus directe. Par exemple, pour un cycle à quatre corps [on peut supposer qu'il s'agit du pourpre, de l'orangé transitoire, du rétinène et de la vitamine A, selon les données de Lythgoe (2)], la concentration c de l'un de ces corps en fonction du temps s'exprimera, soit par une somme de trois exponentielles, soit par la formule

$$c = K_1 e^{-ut} + K_2 e^{-rt} \sin(\omega t + K_3) + K_4, \tag{1}$$

(2) *British Journ. Ophthalm.*, **24**, 1940, p. 21-43.

où u, r et ω sont les constantes de temps imposées par les données, K_1, K_2, K_3 et K_4 étant des constantes d'intégration.

On reconnaît là une fonction périodique amortie.

Or, pour expliquer les fluctuations chromatiques des images consécutives, on a pensé, en se référant au schéma trichromatique de Young-Helmholtz, que des oscillations périodiques amorties affectaient le système récepteur de chacune des trois couleurs fondamentales et que la couleur perçue résultait de leur fusion. Peddie ([3]) a établi *empiriquement* les formules suivantes pour chacune des trois fondamentales, et, après lui, Smith ([4]) a confirmé leur convenance pour rendre compte des faits expérimentaux :

$$X = e^{-t} + e^{-3t}\cos 2\pi t,$$
$$Y = 2\,e^{-t} + e^{-3t}\cos 2\pi t,$$
$$Z = 3\,e^{-t} + e^{-3t}\cos 2\pi t.$$

On reconnaît immédiatement que ces valeurs s'obtiennent à partir de l'équation (I) si l'on y fait : $K_1 = 1$, 2 et 3 respectivement pour X, Y et Z; $K_2 = -1$; $K_3 = -(\pi/2)$; $K_4 = 0$; $u = 1$; $r = 1$; $\omega = 2\pi$.

Cette convergence des données empiriques et des spéculations théoriques sur une formule point banale prouve la similitude d'évolution dans le temps du processus de la sensation consécutive et des transformations de la substance photosensible. La liaison entre les deux phénomènes, si elle n'est pas absolument démontrée apparaît, du moins, comme très vraisemblable.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action du milieu sur les produits secondaires de la fermentation alcoolique des levures elliptiques.* Note de MM. **Louis Genevois**, **Émile Peynaud** et **Jean Ribereau-Gayon**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons montré récemment ([1]) que les levures de la fermentation alcoolique, agissant sur du jus de raisin stérile à pH 3,17, se distinguent les unes des autres par les proportions d'acide acétique (a molécules par litre), d'acide succinique (s), de butylèneglycol (b), de glycérol (g) formées dans le milieu; a/s varie de 0,45 à 2, $(b/g) \times 1000$ varie de 49 à 95 pour 29 levures différentes.

Nous avons fait fermenter les mêmes levures sur une solution de saccharose à 160^{g} par litre, contenant 100^{cm^3} d'extrait de levure par litre, le pH de ce milieu se fixe rapidement aux environs de 5. Les produits de fermentation sont en proportions bien différentes dans ces conditions :

1° le glycérol g augmente de 10 à 40 % ;

2° l'acide acétique a est en moyenne trois fois plus élevé;

([3]) *Colour Vision*, Londres, 1922.

([4]) *Proc. Roy. Soc. Edimburgh*, 44, 1924, p. 211-217 et 67, 1927, p. 177-189.

([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1388.

3° l'acide succinique s diminue de 10 à 20 % ;

4° le butylèneglycol b double généralement ;

5° l'acétylméthylcarbinol m est en quantités du même ordre ;

6° l'aldéhyde acétique h tombe au quart de sa concentration ;

7° l'équation des produits secondaires de la fermentation se vérifie comme précédemment.

En milieu au saccharose et à l'eau de levure, les levures succinogènes satisfont à l'inégalité $a/s < 3{,}2$, les levures équilibrées à $3{,}2 < a/s < 5{,}6$, les levures acétogènes à $3{,}7 < a/s < 6{,}6$.

Toutefois, deux levures glycologènes n'obéissent pas à cette règle. Le milieu jus de raisin différencie donc plus nettement les races. Le rapport b/g augmente du simple au double dans la plupart des levures peu glycologènes, tandis qu'il reste pratiquement constant dans les levures classées comme glycologènes sur jus de raisin.

On savait antérieurement que les proportions de glycérol et d'acide acétique croissent avec le pH (fermentation alcaline de C. Neuberg); on ne semble pas avoir signalé la diminution de l'acide succinique ni l'augmentation du butylèneglycol. Nous étudierons ultérieurement les facteurs chimiques responsables de ces variations.

Voici les chiffres obtenus avec 15 levures différentes dont 8 citées dans notre Note de mai 1947, sur 29 étudiées; J désigne le milieu jus de raisin, S le milieu saccharosé. Les concentrations sont en millimolécules pour 10 litres de milieu fermenté. Les levures françaises sont des levures de vin rouge, sauf la levure de boulangerie.

Action du milieu sur les levures.

		g.	a.	s.	m.	b.	h.	Σ.	$\frac{100}{g}$.	$\frac{a}{s}$.	$\frac{b}{g}$.
1° Levures succinogènes.											
Margaux (Médoc)	J...	650	43	77	0,2	36	37	544	84	0,56	55
	S...	840	153	68	0,4	85	10	741	88	2,23	101
Saint-Émilion	J...	600	56	72	0,5	35	35	556	90	0,70	56
	S...	760	156	52	0,5	60	6	638	84	3,00	79
Cantenac (Médoc)	J...	580	46	78	0,3	33	26	541	93	0,59	57
	S...	780	172	60	0,4	69	5	718	91	2,86	88
Cars (Blayais)	J...	740	65	88	0,8	45	24	639	86	0,74	61
	S...	830	172	66	0,5	83	7	764	92	2,62	102
2° Levures succinogènes et glycologènes.											
Quinsac (Côtes de Bordeaux)	J...	530	31	60	0,3	38	39	439	83	0,52	72
	S...	620	156	31	0,5	63	7	538	87	5,0	102
Boulangerie	J...	640	37	80	0,7	55	26	555	86	0,73	84
	S...	820	153	65	0,5	83	10	784	89	2,42	101

		g.	a.	s.	m.	b.	h.	Σ.	$\frac{100}{g}$.	$\frac{a}{s}$.	$\frac{b}{g}$.
3° Levures équilibrées.											
La Tresne (Côtes de Bordeaux)	J...	610	78	70	0,3	33	33	572	93	1,12	55
	S...	780	220	40	0,4	84	7	731	92	5,5	106
Moulis (Médoc)	J...	700	78	80	0,5	34	25	615	88	0,97	49
	S...	750	175	54	0,5	77	7	704	93	3,2	102
Saint-Émilion n° 7	J...	630	75	63	0,2	32	34	531	84	1,2	51
	S...	840	230	43	0,4	91	8	774	92	5,3	108
Pomerol	J...	630	65	74	0,7	32	16	548	87	0,9	51
	S...	780	194	41	0,5	58	6	653	83	4,7	75
4° Levures équilibrées et glycologènes.											
Saint-Émilion n° 8	J...	610	62	68	0,6	46	29	539	88	0,9	75
	S...	900	250	51	0,5	76	6	837	93	5,0	84
Malroisie (Vaud)	J...	600	59	60	1,1	57	27	502	83	1,0	95
	S...	750	160	59	0,9	71	4	640	85	2,7	94
5° Levures acétogènes.											
Pauillac (Médoc)	J...	630	84	58	0,4	34	31	523	83	1,45	54
	S...	750	218	38	0,6	77	5	708	94	5,75	102
6° Levures acétogènes et glycologènes.											
Bonarda (Tessin)	J...	610	100	48	0,7	56	31	527	86	2,0	92
	S...	790	233	36	0,5	59	8	713	90	6,5	75
Traminer (Alsace)	J...	750	119	35	0,4	55	30	648	86	1,8	73
	S...	780	202	38	0,5	62	9	665	85	5,3	7

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les corps obtenus par action progressive de l'acide chlorhydrique sur la vitamine A et leur activité biologique.* Note de Mme **Andrée Guérillot-Vinet**, MM. **Paul Meunier**, **Jacques Jouanneteau** et **Michel Gourevitch**, présentée par M. Maurice Javillier.

Il est bien établi maintenant que le premier produit obtenu par action de l'acide chlorhydrique dilué sur la vitamine A est le carbure d'hydrogène $C_{20}H_{28}$, résultant de la déshydratation de l'axérophtol (1 et 2). Cet *axérophtène* (1) ou *anhydro-vitamine* A (2), dont les maxima d'absorption sont à 350, 370, 390 mμ, peut s'altérer lui-même sous l'action prolongée de HCl et se transformer en *iso-anhydro-vitamine* A (2), aux maxima d'absorption situés à 330, 350, 370 mμ, tandis que la réaction au Cl_3Sb demeure encore inchangée (maxima à 620 mμ).

---

(1) P. Meunier, R. Dulou et Mlle A. Vinet, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 907.
(2) Shantz, Cawley et Embree, *Journ. Am. Chem. Soc.*, 65, 1943, p. 901.

Nous avons constaté que l'action de l'acide chlorhydrique ne s'arrête pas à ce stade et que l'effet prolongé de HCl en solution alcoolique sur l'axérophtène fait apparaître un nouveau changement spectral défini par la substitution aux trois bandes de l'iso-anhydro-vitamine d'une bande unique à peu près superposable à celle de la vitamine A elle-même (325 mμ). La réaction au Cl_3Sb reste toujours identique : maximum à 620 mμ. Ce phénomène peut s'observer dans des conditions de température et de solvants variées. On l'obtient par exemple dans HCl alcoolique N/25 après 55 minutes à chaud (50°) et en 15 heures à froid (4°). En solution dans le chloroforme ou l'acétate d'éthyle renfermant HCl à la concentration N/2, l'apparition de la bande spectrale unique s'observe en quelques minutes (7 à 8). Ce composé (corps X) se détruit finalement sous l'action plus prolongée de HCl, tandis que disparaissent la bande d'absorption unique qui fait place à un plateau inférieur et la réaction bleue au Cl_3Sb.

Après élimination de HCl par lavage à l'eau, nous avons réussi à obtenir une bonne séparation du corps X par l'emploi de la distillation dite moléculaire, en utilisant le petit appareil de Raoul et Meunier ([3]). Tandis que l'axérophtène et l'iso-anhydro-vitamine A ont une température de passage optima de 85-90°, le corps X distille à 165°. Il est important de noter ici que, dans la série de l'axérophtol, qui passe lui-même dans ces conditions à 102-105°, cette température optima de 165° correspond à un poids moléculaire de 300 environ.

Ce fait nous a incités à rechercher le chlore dans ce composé; qualitativement, dans le distillat, il nous a été très facile de l'identifier, tandis que l'axérophtène et l'iso-anhydro-vitamine n'en renferment pas. La fixation de HCl sur la molécule d'axérophtène correspond bien à un poids moléculaire de 304,5 ($C_{20}H_{29}Cl$). Cependant, le dosage du chlore dans le distillat révèle un chiffre très inférieur à la teneur calculée sur la formule précédente (théor. 11, 7 %; trouvé 2,5 %). On peut songer à une décomposition du chlorure hypothétique lors du lavage à l'eau avec remplacement du Cl par un OH. De fait, si, avant tout lavage à l'eau, on traite la solution renfermant le corps X par une liqueur alcaline (soude diluée), on entraîne dans celle-ci de plus grandes quantités de chlore, correspondant à 10 % du poids de corps X essayé. Ce dernier après ce traitement, nouveau lavage à l'eau et dessiccation, soumis à la méthode de Zéréwitinoff, ne fournit pas le chiffre attendu pour l'hydrogène mobile (0,33 %), mais seulement la moitié environ (0,17 %). Dans ces conditions, il est difficile d'assigner une formule de structure au corps X et à son dérivé après lavage alcalin.

L'activité biologique sur le Rat blanc carencé en vitamine A a été éprouvée

---

([3]) *Bull. Soc. chim.*, 11, 1944, p. 368.

comparativement pour l'axérophtène (non cristallisé), l'iso-anhydro-vitamine A et le corps X. Voici nos résultats :

Gain de poids moyen hebdomadaire du Rat ingérant par jour :

2,5γ de concentré à 90 % d'axérophtol	50γ d'axérophtène	10γ — 50γ d'iso-anhydro-vit. A.	2,5γ — 25γ du corps X
9 g	6 g	2 g 6 g	0 0

Tandis que les deux premiers dérivés du traitement acide de la vitamine A présentent une faible activité vitaminique (cf. 2), le corps X apparaît dépourvu de toute action.

On peut donc affirmer que ce dernier, qui présente toujours un système de cinq doubles liaisons conjuguées avec chlore ou oxhydrile (après lavage alcalin) en α relativement à la dernière de celles-ci, comme en témoignent le spectre d'absorption et la réaction au Cl_3Sb, ne comporte plus le cycle de la β-ionone. Il nous paraît en conséquence probable, en tenant compte de ce que nous avons admis pour l'axérophtène, que le corps X répond à la formule de constitution suivante

L'identité des propriétés spectrales de ce nouveau dérivé de la vitamine A sans activité biologique et de celles de la vitamine doit être prise en considération. Nous pensons d'autre part que les faits précédents ne doivent pas être oubliés dans l'étude du remaniement par HCl de l'hépaxanthine de Karrer, obtenue par oxydation perphtalique de l'axérophtol ([4]).

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Les vitamines nécessaires à l'utilisation des acides aminés*. Note ([1]) de MM. **Raoul Lecoq**, **Paul Chauchard** et Mme **Henriette Mazoué**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Avitaminoses et déséquilibres alimentaires, acidose et alcalose expérimentales, peuvent être précocement caractérisés par la méthode chronaximétrique. A l'aide de celle-ci, nous avons pu montrer l'action de vitamines spécifiques dans les carences pures, comme l'action antiacidosique ou antialcalosique de

([4]) P. Karrer et Jucker; *Helv. chim. Acta*, 30, 1947, p. 559.

([1]) Séance du 1er décembre 1947.

quelques-unes d'entre elles dans des cas plus complexes. De la même manière, nous avons mis en évidence le rôle de la nicotinamide et de l'adénine, éléments constitutifs du coenzyme intervenant dans la métabolisation de l'alcool éthylique. Tout portait à croire que cette technique fine et précise pourrait aussi bien servir pour étudier les vitamines nécessaires à l'utilisation par l'organisme des divers acides aminés.

D'une manière générale, on admet que la vitamine A est un facteur de synthèse protidique; mais nous avons pu montrer qu'à côté d'elle d'autres vitamines interviennent dans le métabolisme des protides. Il en est ainsi de la vitamine K, dont le besoin est commandé par la présence dans le régime, en forte proportion, de certains protides, en particulier ceux du Soja, de l'Arachide, du Gluten. Par ailleurs, nous avons constaté qu'un régime enrichi en acides aminés nécessite, pour le maintien de l'équilibre nerveux du sujet qui le reçoit, l'apport complémentaire de deux vitamines, l'une étant la vitamine K et l'autre une vitamine spécifique : adermine, nicotinamide, choline, ou acide folique. Il nous a semblé intéressant de reprendre ce problème d'une façon un peu différente, en utilisant cette fois une plus importante gamme d'acides aminés (quatorze) administrés sous forme pure et non incorporés au régime.

Nous nous sommes adressés à des solutions à 1 % d'*acides aminés acycliques* : glycocolle, *l*-alanine, *d*-valine, *l*-leucine, acide aspartique (sel sodique), *d*-lysine (chlorhydrate), *d*-arginine, *d*-*l*-méthionine, *l*-cystine (chlorhydrate) et d'*acides aminés cycliques* : *l*-histidine (chlorhydrate), *l*-tryptophane, proline, tyrosine (chlorhydrate) et phénylalanine.

Administrées à des rats blancs adultes ou préadultes, par voie sous-cutanée ou buccale (en dehors de la nourriture) à raison de 1$^{cm^3}$ par jour, ces solutions entraînent, de façon habituelle, une diminution des temps d'excitation nerveuse et un accroissement des temps d'excitation musculaire, mesurés selon notre technique habituelle, exception faite pour la solution de tryptophane dont l'administration quotidienne est, à l'inverse, suivie d'une augmentation des temps d'excitation nerveuse et d'une chute des temps d'excitation musculaire. Ces perturbations de l'équilibre neuromusculaire peuvent être corrigées préventivement ou curativement par l'adjonction de vitamines spécifiques données *per os* ou par voie sous-cutanée; mais il n'est pas besoin d'ajouter ici de la vitamine K, qui se montre seulement indispensable quand les acides aminés sont intimement mélangés à la ration alimentaire. Les vitamines spécifiques requises dans ces nouvelles conditions restent pour les mêmes acides aminés celles qui étaient ajoutées dans nos précédentes expériences.

Nos constatations actuelles se répartissent comme il suit : le glycocolle entraîne l'adjonction d'adénine et de nicotinamide; l'alanine, la valine, la leucine, l'acide aspartique, la lysine, l'arginine et la méthionine commandent le besoin d'acide folique ou, à la rigueur, de l'association xanthoptérine-acide para-

aminobenzoïque; la cystine nécessite l'apport de choline; enfin la nicotinamide doit être jointe au tryptophane et à la proline, alors que l'adermine satisfait les besoins créés par la présence de tyrosine ou de phénylalanine.

Les éléments vitaminiques précités interviennent comme des facteurs indispensables au métabolisme des acides aminés correspondants et se trouvent engagés plus ou moins directement dans la constitution des ferments ou coferments mis en œuvre. C'est ainsi que l'adermine, coenzyme de la cocarboxylase de la tyrosine, conduit à la formation de dioxyphénylalanine et d'adrénaline, substances dont elle inhibe par ailleurs curieusement les effets neuromusculaires.

Précisons que la xanthoptérine, que l'on suppose être le coenzyme d'une déshydrase, ne se montre véritablement active que lorsqu'elle est complétée par l'acide paraaminobenzoïque; l'acide folique qui unit ces deux éléments dans une même formule offre l'avantage de pouvoir les remplacer tous deux.

Par sa présence dans le métabolisme, le tryptophane entraîne une telle excrétion de nicotinamide dans les urines qu'il convient de compenser cette élimination par uu apport suffisant, faute de quoi l'organisme devient incapable de produire assez de coenzyme pour satisfaire le jeu habituel des oxydoréductions et incapable, corollairement, d'assurer une bonne croissance.

Cystine et choline interviennent dans le mécanisme complexe du métabolisme des lipides, l'un favorisant la formation des *foies gras*, l'autre au contraire l'entravant. Ajoutons enfin que l'action *toxique* du glycocolle apparaît très comparable à l'action de l'alcool éthylique, les effets de l'un et de l'autre se trouvant combattus par la présence conjointe d'adénine et de nicotinamide, qui accroît les possibilités de synthèse du coenzyme mis en œuvre.

On ne peut nier que la constitution chimique conditionne la mobilisation de telle ou telle vitamine; mais si, indiscutablement, cette constatation s'impose à la suite des recherches exposées plus haut, le mécanisme en reste mal connu et ne peut s'exprimer en une formule.

Conclusions. — L'utilisation des acides aminés introduits dans l'organisme par la voie sous-cutanée comme par la voie buccale, nécessite l'intervention de vitamines spécifiques que la chronaximétrie permet de caractériser.

L'acide folique constitue l'un des facteurs les plus importants de ce métabolisme, puisqu'il commande l'utilisation de huit amino-acides sur les quatorze étudiés. Toutefois, cet acide folique peut être remplacé par la xanthoptérine et l'acide paraaminobenzoïque, deux éléments de sa molécule.

L'amide nicotinique, l'adermine, la choline et même l'adénine interviennent également. La mobilisation de ces facteurs vitaminiques est sous la dépendance de la constitution chimique des acides aminés, et ils entrent dans le processus complexe de leur anabolisme et de leur catabolisme, sous la forme de ferments ou de coferments dont ils servent à effectuer la synthèse.

MICROBIOLOGIE. — *Le tissu lymphoïde chez les animaux en immunisation.* Note (1) de M. **Albert Delaunay**, Mmes **Jacqueline Lebrun** et **Marcelle Delaunay**, présentée par M. Gaston Ramon.

D'après des travaux récents, les globulines-anticorps seraient élaborées, non pas par les cellules du système réticulo-endothélial, mais par les lymphocytes [Ehrich et coll. (2)] ou par les plasmocytes [Bjørnebœ et coll. (3)]. D'autre part, un véritable mécanisme hormonal présiderait à la libération des anticorps par ces cellules [Dougherty et coll. (4)]. Étant donnée l'importance de ces travaux (5), nous avons songé à les reprendre, en faisant tout d'abord, sur le plan histologique, une étude systématique des réactions du tissu lymphoïde chez des animaux en voie d'immunisation. Un précédent travail, en nous montrant de profondes lésions ganglionnaires chez des cobayes traités par des doses répétées d'une endotoxine bactérienne, nous incitait d'ailleurs tout particulièrement à entreprendre des recherches dans cette direction (6).

20 cobayes et 7 lapins ont été immunisés par du sérum de cheval normal, frais, sans antiseptique (par voies intrapéritonéale, intraveineuse ou intracardiaque). De fortes doses furent employées (par exemple 10^{cm^3} chez le Lapin, 5^{cm^3} chez le Cobaye, pour une injection intrapéritonéale). Deux injections étaient faites par semaine, avec un maximum de 12 injections. Un certain nombre d'animaux furent sacrifiés pendant le cours de l'immunisation, les autres le lendemain de la dernière injection. A l'autopsie, nous avons prélevé les principaux organes : glande sous-maxillaire, cœur, poumons, foie, pancréas, surrénales, etc. et les divers éléments lymphoïdes (ganglions du cou ou du mésentère, rate, thymus). Les biopsies de tissus ont été fixées, coupées et colorées par les méthodes classiques des histologistes.

Résultats. — 1° Nous avons découvert, *dans le tissu lymphoïde*, des altérations souvent très importantes. *a. Lésions cellulaires :* dans des cas assez nombreux, les cellules lymphoïdes avaient perdu leur forme normale pour revêtir un contour irrégulier; nous avons même observé parfois une pycnose nucléaire nette. Sur plusieurs coupes, il existait en outre une atteinte indiscutable des cellules germinatives (lyse). *b. Réactions des vaisseaux :* la dilatation et la congestion vasculaires ont été particulièrement marquées chez les animaux qui, en voie d'immunisation, avaient succombé brusquement, par un phénomène de choc, après une injection intraveineuse d'antigène. *c. Réactions de la trame conjonctive :* celles-ci, qui se retrouvaient sur presque toutes nos préparations, à des degrés divers, représentaient les différents stades d'une inflammation granulomateuse ; œdème distendant l'organe entier, infiltration plus ou moins abondante de polynucléaires, diffuse ou localisée (micro-abcès), multiplication des cellules macrophagiques tendant à remplacer les éléments

---

(1) Séance du 22 décembre 1947.

(2) *J. exp. Med.*, **81**, 1945, p. 73.

(3) *Acta path. et microb. Scandinav.*, **20**, 1943, p. 649.

(4) *J. of Lab. a cli. Med.*, **32**, 1947, p. 584.

(5) Nous devons préciser toutefois que le mécanisme hormonal incriminé n'est pas admis à l'heure actuelle par tous les auteurs.

(6) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 154.

lymphoïdes, desquamation des cellules réticulées dans les sinus, enfin, chez les animaux sacrifiés tardivement, prolifération fibroblastique et développement d'un tissu de sclérose.

2° *Dans les organes*, nous avons trouvé aussi quelques lésions inflammatoires (gaines de cellules mononucléées autour des vaisseaux pulmonaires et des bronches, infiltration de lymphocytes dans les espaces de Kierran, congestion rénale, etc.), mais, dans l'ensemble, celles-ci étaient beaucoup moins marquées que les lésions observées dans le tissu lymphoïde. Aucun fait remarquable n'a retenu notre attention sur les capsules surrénales ([6]). Notamment, une hypertrophie surrénale n'existait que dans quelques cas assez rares.

Les lésions que nous venons de mentionner et qui méritent, croyons-nous, de rentrer dans le cadre général des réactions tissulaires de nature allergique, présentent plusieurs motifs d'intérêt.

On peut tout d'abord les rapprocher de celles qui ont été observées récemmen par Rich ([7]) (lésions ganglionnaires chez des sujets humains morts en état de choc) et par Bueno ([8]) (lésions des cellules réticulo-endothéliales au cours du choc anaphylactique expérimental).

D'autre part, nos observations confirment et étendent celles de Fabiani ([9]) et de Koplik ([10]), en indiquant tout l'intérêt de l'étude histologique du tissu lymphoïde chez les animaux immunisés ou sensibilisés. Il apparaît désormais certain, qu'au cours de l'immunisation, ce tissu subit un profond remaniement inflammatoire. Que ce remaniement, qui s'accompagne toujours de lésions cellulaires ([11]), puisse expliquer l'apparition dans le courant sanguin de nouvelles protéines et en particulier de globulines-anticorps, le fait est probable; mais il s'agit maintenant de déterminer les causes véritables de ce remaniement. C'est le but de nos recherches actuelles.

A $16^h 15^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

([7]) *Bull. Johns Hopkins Hosp.*, 71, 1942, p. 123.

([8]) *Arch. of Path.*, 42, 1946, p. 412. *Sur les réactions cellulaires au cours de l'immunisation*, voir aussi un travail de EHRICH, *J. A. M. A.*, 135, 1947, p. 94.

([9]) *C. R. Soc. Biol.*, 131, 1939, p. 103.

([10]) *J. exp. Med.*, 65, 1937, p. 287.

([11]) Les études histologiques, que nous rapportons dans cette Note nous paraissent néanmoins tout à fait insuffisantes pour parler d'une origine lymphocytaire ou plasmocytaire des anticorps.

COMITÉ SECRET.

La Section de Minéralogie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante, par le décès de M. *Léon Bertrand* :

En première ligne .... M. **Paul Fallot.**

En seconde ligne, ex æquo *et par ordre alphabétique* .... MM. **Camille Arambourg.** **André Demay.** **Jean Orcel.** **Jean Piveteau.** **Jean Wyart.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance publique.

La séance est levée à 16^h40^m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 10 novembre 1947.)

Note de M. *Jacques Courtois*, Représentations linéaires du groupe affine :

Page 851, Note (1), lire *Sur le groupe unimodulaire :* Gelfand et Neumark (*C. R.* [Dokl.], *Ac. Sc. U. R. S. S.*, **54**, 1946, p. 195). — *Sur le groupe de Lorentz :* Dirac, *Proc. Roy. Soc.*, A, **183**, 1945, p. 284; Gelfand et Neumark, *J. of Physics U. R. S. S.*, **10**, 1946, p. 93; V. Bargmann, *Ann. of Math.*, **48**, 1947, p. 568.

Page 852, ligne 12, *au lieu de* $\xi = \sum_{1}^{\infty} \alpha_p^{\vec{}\,i\upsilon}$, *lire* $\xi = \sum_{1}^{\infty} \alpha_p \vec{a}_p^{i\upsilon}$;

» » » 14, *au lieu de* $\|\xi\| = \left[\sum_{1}^{\infty} |\alpha_p|^2\right]$, *lire* $\|\xi\| = \left[\sum_{1}^{\infty} |\alpha_p|^2\right]^{\frac{1}{2}}$.

(Séance du 17 novembre 1947.)

Note de M[lle] *Jacqueline Berthier*, Localisation de l'érythrocruorine chez les Planorbes et les Limnées :

Page 958, 23ᵉ ligne, *au lieu de* L. limora, *lire* L. limosa ; 36ᵉ ligne, *au lieu de* $532^{m\mu}$ F., *lire* $532^{m\mu}$ f.

Page 959, 6ᵉ ligne, *au lieu de* 563 et 552, *lire* 563 et 532 ; Note (⁶), au bas de la page, *au lieu de* M. Cabe, *lire* M. Gabe.

(Séance du 24 novembre 1947.)

Note de M[lle] *Jacqueline Berthier*, Le fer dans l'ovogénèse chez *Planorbis cornéus* L.

Page 1036, 9ᵉ ligne, *au lieu de* lipides, *lire* lipines.

(Séance du 10 décembre 1947.)

Note de M. *Dimitri Riabouchinsky*, Sur les nombres d'origine imaginaire et la notion de signe d'un nombre complexe :

Page 1104, ligne 11, *au lieu de* proportionnelle à V, *lire* proportionnelle à V^2 ;

» » » 16, *au lieu de* $|\, a_2 x + b \,| + a_1 x + b_1 \,|$, *lire* $\big|\, |\, a_2 x + b_2 \,| + a_1 x + b_1 \,\big|$.

» » » 20, *au lieu de* d'équations absolues d'ordre linéaires et de classe quelconques, *lire* d'équations absolues linéaires d'ordre et de classe quelconques.

Page 1105, dans la figure 2, *au lieu de* $y = |\, x - 2 \,| + 2x + 1$, *lire* $y = |\, x - 2 \,| + 2x - 1$.